

موضوع: القطع الناقص

محاور البيانات	محاور الصادات	المعادلة
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$	
$F_1(0, c), F_2(0, -c)$	$F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$	البؤرتان
$\nu_1(0, a), \nu_2(0, -a)$	$\nu_1(a, 0), \nu_2(-a, 0)$	الرؤسان
$m_1(b, 0), m_2(-b, 0)$	$m_1(0, b), m_2(0, -b)$	التقاطبان

$2a$: طول المحور الأكبر

$2b$: طول المحور الأصغر

$2c$: المسافة أو البعد بين البؤرتين

المساحة: $A = a \cdot b$ المقياس: $C = a^2 - b^2$

المحيط: $P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ الاختلاف في المسار: $e = \frac{c}{a}$
أقل من واحد

ملاحظات القطع الناقص

ملاحظة ①

يقطع من محور السينات جزءاً طوله $2a$ ومركزه

يقطع من محور الصادات جزءاً طوله $2b$ ومركزه

$2a$ أو $2b$: المقطوع الأكبر

ملاحظة ②

الفرق بين طوليه محوريه عدد موجب $2a - 2b$

مجموع طوليه محوريه عدد موجب $2a + 2b$

مجموع مربعي طوليه محوريه عدد موجب $(2a)^2 + (2b)^2$

ملاحظة ④

* قطع ناقص [عبر بمس] يتقاطع مع عدد من النقاط على

• A : إذا كانت نفس المحور مع البؤرة $F_1(0, c)$

• B : إذا كانت على المحور مع البؤرة $F_2(0, -c)$

* قطع ناقص [عبر بمس] يتقاطع مع عدد من النقاط على

• A : إذا كانت نفس المحور مع البؤرة $F_1(0, c)$

• B : إذا كانت على المحور مع البؤرة $F_2(0, -c)$

ملاحظة ⑤

القطع الناقص يمر بالنقطة (x, y) فإنها تحقق المعادلة

[نعوض النقطة في المعادلة الناتجة]

ملاحظة ⑥

النسبة بين طوليه محوري القطع الناقص

عدد كبير $\frac{2a}{2b}$ و عدد صغير $\frac{2b}{2a}$

ملاحظة ⑦

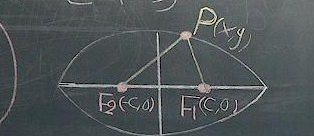
قطع ناقصين أمدي بؤرتيه تبعد عنهما بقية

قوة الكيس العددين m, n حيث $m > n$

$2c = m - n$ $2a = m + n$

ملاحظة ⑧

تعريف القطع الناقص



$$PF_1 + PF_2 = 2a$$

طول المحور الأكبر

المورد الثابت

مجموع بعدي أية نقطة عن بؤرتيه

بـ/ جـ معادلة القطع الناقص الذي مركزه $(0,0)$ يساوي 12 cm

1/2017 بطريقة التعريف $x^2 - 12y = 0$ وأحد بؤرتيه بؤرة القطع المصغرى $F_1(0,3)$ $P(x,y)$ $F_2(0,-3)$ $2a=12$ $x^2 - 12y = 0 \Rightarrow y = \frac{x^2}{12}$ $P = \frac{x^2}{12}$ $F_2 = (0,-3)$

$$PF_1 + PF_2 = 2a \quad \delta = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y+3)^2} = 12$$

$$(\sqrt{x^2 + (y-3)^2} + (12 - \sqrt{x^2 + (y+3)^2}))^2$$

$$x^2 + (y-3)^2 = 144 - 24\sqrt{x^2 + (y+3)^2} + x^2 + (y+3)^2$$

$$y^2 - 6y + 9 = 144 - 24\sqrt{x^2 + (y+3)^2} + y^2 + 6y + 9$$

$$24\sqrt{x^2 + (y+3)^2} = 144 + 12y \quad] : 12$$

$$(2\sqrt{x^2 + (y+3)^2})^2 = (12+y)^2$$

$$4(x^2 + y^2 + 6y + 9) = 144 + 24y + y^2$$

$$4x^2 + 4y^2 + 24y + 36 = 144 + 24y + y^2$$

$$4x^2 + 4y^2 - y^2 = 144 - 36$$

$$\frac{4x^2}{108} + \frac{3y^2}{108} = \frac{108}{108} \Rightarrow \frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{36} = 1$$

بـ/ جـ معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $(0,2)$ و $(0,-2)$ ومركزه نقطة الأصل .

$F_1(0,2)$ $P(x,y)$ $F_2(0,-2)$ $a=3 \Rightarrow 2a=6$

$$PF_1 + PF_2 = 2a \quad \delta = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (y+2)^2} = 6$$

$$(\sqrt{x^2 + (y-2)^2} + (6 - \sqrt{x^2 + (y+2)^2}))^2$$

$$x^2 + (y-2)^2 = 36 - 12\sqrt{x^2 + (y+2)^2} + x^2 + (y+2)^2$$

$$y^2 - 4y + 4 = 36 - 12\sqrt{x^2 + (y+2)^2} + y^2 + 4y + 4$$

$$12\sqrt{x^2 + (y+2)^2} = 36 + 8y \quad] : 4$$

$$(3\sqrt{x^2 + (y+2)^2})^2 = (9+2y)^2$$

$$9(x^2 + y^2 + 4y + 4) = 81 + 36y + 4y^2$$

$$9x^2 + 9y^2 + 36y + 36 = 81 + 36y + 4y^2$$

$$9x^2 + 9y^2 - 4y^2 = 81 - 36$$

$$\frac{9x^2}{45} + \frac{5y^2}{45} = \frac{45}{45} \Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$$

تحويل
 $c=2 \Rightarrow c^2=4$
 $a=3 \Rightarrow a^2=9$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$4 = 9 - b^2 \Rightarrow b^2 = 5$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$$

فبراير 1/2017

ب/ جد معادلة القطع الناقص الذي أهدى
بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 - 16x = 0$
(مجموع بعدي نقطة عليه عن البؤرتين
يساوي (24) وحدة.

$F(4,0)$ محور $y^2 = 16x$

$C=4 \Rightarrow C^2=16$

$2a=24 \Rightarrow a=12$

$a^2=144$

$C^2 = a^2 - b^2$

$16 = 144 - b^2$

$b^2 = 144 - 16 \Rightarrow b^2 = 128$

$\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{128} = 1$

$y^2 = 16x$

$y^2 = 4p \times$

$4p = 16 \Rightarrow p = 4$

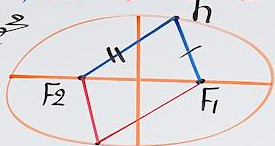
$F(4,0)$

اشرائي

ب/ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة
الأصل وبؤرتاه $F_1(\sqrt{3},0), F_2(-\sqrt{3},0)$ والنقطتان
 h, k تنتمي الى بحيث أن محيط الشكل الرباعي
 hF_1kF_2 يساوي (12) وحدة.

$C=\sqrt{3} \Rightarrow C^2=3$ محور

محيط الشكل جميع اطوال
الرباعي = اطواله الاربعه



$(hF_1 + hF_2) + (kF_1 + kF_2) = 12$

$2a + 2a = 12$

$4a = 12 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$C^2 = a^2 - b^2$

$3 = 9 - b^2 \Rightarrow b^2 = 9 - 3 \Rightarrow b^2 = 6$

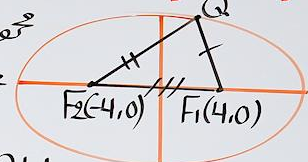
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$

فبراير 1/2014, 1/2025

ب/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه
 $F_1(4,0), F_2(-4,0)$ والنقطة Q تنتمي للقطع الناقص
بحيث أن محيط المثلث QF_1F_2 يساوي (24) وحدة.

$C=4 \Rightarrow C^2=16$ محور

محيط المثلث = مجموع اطوال
اضلعه الثلاث



$(QF_1 + QF_2) + F_1F_2 = 24$

$2a + 2C = 24 \Rightarrow$

$a + 4 = 12 \Rightarrow a = 12 - 4 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow a^2 = 64$

$C^2 = a^2 - b^2$

$16 = 64 - b^2 \Rightarrow b^2 = 64 - 16 \Rightarrow b^2 = 48$

$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$