

موضوع: القطع الناقص

محاور السينات	محاور الصادات	المعادلة
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$	
$F_1(0, c), F_2(0, -c)$	$F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$	البؤرتان
$V_1(0, a), V_2(0, -a)$	$V_1(a, 0), V_2(-a, 0)$	الرأسان
$m_1(b, 0), m_2(-b, 0)$	$m_1(0, b), m_2(0, -b)$	المقطبان

$2a$: طول المحور الكبير

$2b$: طول المحور الصغير

$2c$: المسافة أو البعد بين البؤرتين

المساحة: $A = a \cdot b \cdot \pi$ المقنح: $C = a^2 - b^2$

الخطوط: $P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ الاختلاف المربعي: $e = \frac{c}{a}$ أقل من واحد.

ملاحظات القطع الناقص

ملاحظة ①

يقطع من محور السينات جزأ أوله — وهران
يقطع من محور الصادات جزأ أوله — وهران
 $2b$: المقطوع الأصغر or $2a$: المقطوع الأكبر

ملاحظة ②

الفرق بين طوليه ثوريه عدد موجب $2a - 2b$
مجموع طوليه ثوريه عدد موجب $2a + 2b$
مجموع مربعي طوليه ثوريه عدد موجب $(2a)^2 + (2b)^2$

ملاحظة ④

× قطع ناقص [عرب عيسى] يتقاطع أربع عدد على خط واحد
أ: إذا كانت نفس المحور مع البؤرة $F_1(0, c)$
ب: إذا كانت على المحور مع البؤرة $F_2(0, -c)$
× قطع ناقص [عرب عيسى] يتقاطع أربع عدد على خط واحد
أ: إذا كانت نفس المحور مع البؤرة $F_1(0, c)$
ب: إذا كانت على المحور مع البؤرة $F_2(0, -c)$

ملاحظة ⑤

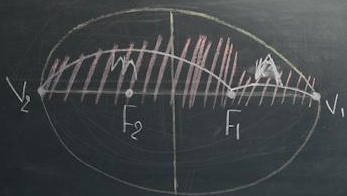
القطع الناقص من النقطة (x, y) فإنها تحقق المعادلة
[نعوض النقطة في المعادلة الآتية]

ملاحظة ⑥ النسبة بين طوليه ثوري القطع الناقص

$$\frac{2a}{2b} = \text{عدد كبير} \quad \frac{2b}{2a} = \text{عدد صغير}$$

ملاحظة ⑦ قطع ناقص أمدى بؤرتيه تبعد عنهما

محور الكبير بالعدين m, n من $m > n$
 $2c = m - n$ $2a = m + n$



من جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتيه $2c$ وبؤرتيه
 مساوياً لبعده بؤرة القطع المخالف $y^2 + 24x = 0$ ودليله $\frac{1}{2}$ علماً أن
 مساحة القطع الناقص تساوي $80\pi \text{ cm}^2$. وزارى 1/2019، 1/2016

$$b^4 + 36b^2 - 6400 = 0$$

$$(b^2 + 100)(b^2 - 64) = 0$$

حل

$$(b^2 = 64) \quad (a^2 = 100)$$

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$$

محور

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$$

محور

$$\left. \begin{array}{l} y^2 = -24x \\ y^2 = -4p \end{array} \right\} 4p = 24 \Rightarrow p = 6$$

$$2c = 2p \Rightarrow c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$$

ق.ن

$$A = ab\pi$$

$$\frac{80\pi}{b} = \frac{a}{b}\pi \Rightarrow a^2 = \frac{6400}{b^2} \quad \text{①}$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$36 = \frac{6400}{b^2} - b^2 \quad] \cdot b^2$$

$$36b^2 = 6400 - b^4$$

من جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه
 تقيمان لمحور السينات ومساحة منطقتيه 7π وحدة مربعة
 وحيطه يساوي 10π وحدة. وزارى 1/2018، 2/2011

$$\frac{49}{b^2} + b^2 = 50 \quad] \cdot b^2$$

$$49 + b^4 = 50b^2$$

$$b^4 - 50b^2 + 49 = 0$$

$$(b^2 - 49)(b^2 - 1) = 0$$

$$b^2 = 49 \quad a^2 = 1$$

محور

$$(b^2 = 1) \quad (a^2 = 49)$$

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1$$

$$A = ab\pi$$

$$\frac{7\pi}{b} = \frac{a}{b}\pi \Rightarrow a^2 = \frac{49}{b^2} \quad \text{①}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$\frac{10\pi}{2} = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

$$5^2 = \left(\frac{a^2 + b^2}{2} \right)^2$$

$$25 = \frac{a^2 + b^2}{2}$$

$$a^2 + b^2 = 50 \quad \text{②}$$

اشترائي: جد معادلة القطع الناقص الصادي الذي مركزه نقطة
الأصلي ومحوريه منطبقين على المحورين الأدراسين/ فإذا
علمت أن البعد بين أحد رأسيه والبؤرة البعيدة عنه
يساوي (18) وأنه طرفي محوره الأصغر هما النقطتان (6,0) (6,0)

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

$$b=6 \Rightarrow b^2=36$$

$$a+c=18$$

$$c=18-a \quad (1)$$

$$c^2=a^2-b^2$$

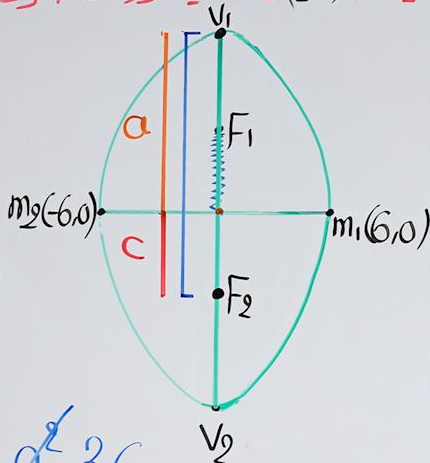
$$(18-a)^2=a^2-36$$

$$324-36a+a^2=a^2-36$$

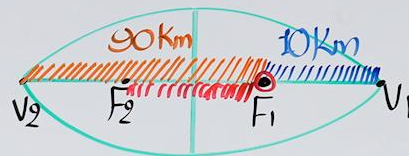
$$324+36=36a$$

$$360=36a \Rightarrow a=10 \Rightarrow a^2=100$$

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$$



من يدور القمر حول الأرض في مدار على صورة قطع
ناقص سيني البؤرتين تقع الأرض في إحدى بؤرتيه
فإذا كانت أطول مسافة بين الأرض والقمر
90km وأقصر مسافة بينهما 10km
الأختلاف المركزي للقطع. وزاري 1/2016 خارج

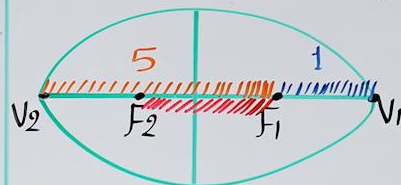


$$2a=90+10 \Rightarrow 2a=100 \Rightarrow a=50$$

$$2c=90-10 \Rightarrow 2c=80 \Rightarrow c=40$$

$$e=\frac{c}{a}=\frac{40}{50}=\frac{4}{5}<1$$

من جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه
نقطة الأصل وأحد بؤرتيه تبعد عن فرائي
محوره الكبير بالعدد 5, 1
وزاري 1/2011



$$2a=5+1 \Rightarrow 2a=6 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a^2=9$$

$$2c=5-1 \Rightarrow 2c=4 \Rightarrow c=2 \Rightarrow c^2=4$$

$$c^2=a^2-b^2$$

$$4=9-b^2 \Rightarrow b^2=9-4 \Rightarrow b^2=5$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \quad \text{محور}$$

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad \text{محور}$$

وزاري 2/2018

من اذا كانت $d+ei = \frac{11+2i}{1+2i}$ جد معادلة القطع الناقص الذي
أحدت بؤرتيه $(0, e)$ وطول محوره الكبير يساوي $2||d+ei||$.

الفصل الثاني

$$F(0, 4) \Rightarrow c=4 \Rightarrow (c^2=16)$$

$$2a = 2||d+ei||$$

$$a = ||3-4i|| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25}$$

$$a=5 \Rightarrow (a^2=25)$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$16 = 25 - b^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 16$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1 \quad (b^2=9)$$

الفصل الأول

$$d+ei = \frac{11+2i}{1+2i} \cdot \frac{1-2i}{1-2i}$$

$$d+ei = \frac{11-22i+2i+4}{5}$$

$$d+ei = \frac{15}{5} - \frac{20}{5}i$$

$$d+ei = 3-4i$$

$$d=3$$

$$e=-4$$

وزاري 4/2014

من اذا كانت $e+di = \frac{4+2i}{1-i}$ جد معادلة القطع الناقص الذي
أحدت بؤرتيه $(0, d)$ وطول محوره الكبير يساوي $2||e+di||$.

الفصل الثاني

$$F(0, 3) \quad c=3 \Rightarrow (c^2=9)$$

$$2a = 2||e+di||$$

$$a = ||1+3i|| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

$$(a^2=10)$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$9 = 10 - b^2 \Rightarrow b^2 = 10 - 9$$

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{10} = 1 \quad (b^2=1)$$

الفصل الأول

$$e+di = \frac{4+2i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$$

$$e+di = \frac{4+4i+2i-2}{2}$$

$$e+di = \frac{2}{2} + \frac{6i}{2}$$

$$e+di = 1+3i$$

$$(e=1)$$

$$(d=3)$$