

موضوع: القطع الناقص

محاور البيانات	محاور البيانات	محاور البيانات
$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	المعادلة
$F_1(0, c), F_2(0, -c)$	$F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$	البؤرتان
$V_1(0, a), V_2(0, -a)$	$V_1(a, 0), V_2(-a, 0)$	الرؤسان
$m_1(b, 0), m_2(-b, 0)$	$m_1(0, b), m_2(0, -b)$	النقطتان

$2a$: طول المحور الكبير

$2b$: طول المحور الصغير

$2c$: المسافة أو البعد بين البؤرتين

المساحة: $A = a \cdot b \cdot \pi$ المفتاح: $C^2 = a^2 - b^2$

البرهان: $P = \pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ الاختلاف المربعي: $e = \frac{c}{a}$ أقل من واحد.

ملامح القطع الناقص

ملاحظة ①

يمتد من محور السينات جزءاً طوله a ومحاور.

يمتد من محور الصادات جزءاً طوله b ومحاور.

نحصل على $2a$ الأكبر or $2b$ الأصغر

ملاحظة ②

الفرق بين طولَي محوري عدد زوجي $2a - 2b$

مجموع طولَي محوري عدد زوجي $2a + 2b$

مجموع مربعي طولَي محوري عدد زوجي $(2a)^2 + (2b)^2$

ملاحظة ③

قطع ناقص إحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ

ناقص $F(P, O) \Rightarrow F(C, O)$ مكافئ

ملاحظة ④

قطع ناقص [عكس تماثل] مع عدد $y = (x, 0)$ على

①: إذا كانت نفس المحور مع البؤرة $(0, c)$.

②: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

قطع ناقص [عكس تماثل] مع عدد $y = (0, y)$ على

③: إذا كانت نفس المحور مع البؤرة $(0, c)$.

④: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑤: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑥: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑦: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑧: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑨: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑩: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑪: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑫: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑬: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑭: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑮: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑯: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑰: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑱: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

⑲: إذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

بجد معادلة القطع الناقص الذي بُورثته تسميان محور السينات // ومحور
 ومركزه نقطة الأصل // ومحور محور الكبير (ضعف) طول محور الصغير // ويقطع القطع المكافئ في
 القطع المكافئ في $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي إحداثياتها $(-2, 4)$ و $(-2, -4)$ ق.ن

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ق.ن

$$2a = 3(2b)$$

$$2a = 6b \Rightarrow a = 3b$$

$$a = 3b$$

$$\frac{9}{a^2} + \frac{2}{b^2} = 1 \quad \text{--- ②}$$

$$a^2 = 9b^2 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{9}{9b^2} + \frac{2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{3}{b^2} \times \frac{1}{1}$$

$$(b^2 = 3) \quad (a^2 = 27)$$

$$\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{3} = 1$$

$$y^2 = \frac{2}{3}x$$

$$(\sqrt{2})^2 = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{2}{1} \times \frac{2x}{3}$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$(3, \sqrt{2})$$

ق.ن

$$(x, \sqrt{2})$$

بجد معادلة القطع الناقص الذي بُورثته تسميان محور السينات // ومحور
 ومركزه نقطة الأصل // ومحور محور الكبير (ضعف) طول محور الصغير // ويقطع
 القطع المكافئ في $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التي إحداثياتها $(-2, 4)$ و $(-2, -4)$ ق.ن

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ق.ن

$$2a = 2(2b)$$

$$2a = 4b \Rightarrow a = 2b$$

$$a = 2b$$

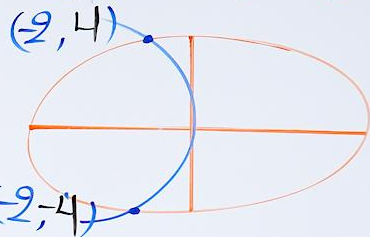
$$\frac{4}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \quad \text{--- ②}$$

$$a^2 = 4b^2 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{4}{4b^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{17}{b^2} \times \frac{1}{1}$$

$$(b^2 = 17) \quad (a^2 = 68)$$

$$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$$



$$y^2 = -8x$$

ق.ن محور x $\ominus$

$$y^2 = -8(-2)$$

$$y^2 = 16$$

$$y = \pm 4$$

$$(-2, \pm 4)$$

$$(x, y) \quad (-2, y)$$

ب/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتمي إلى محور السينات
ومساحته 32π وحدة مساحة والنسبة بين طوليه
محوريه كنسبة $\frac{1}{2}$.
وزاري 2/2015.

$(b^2=16)$ $(a^2=64)$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{64} = 1$

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ تحويل

$\frac{2b}{2a} \times \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2b - ①$

$A = ab\pi$
 $32\pi = ab\pi$
 $ab = 32 - ②$

$(2b)(b) = 32$
 $b^2 = 32$
 $b^2 = 16 \Rightarrow (b=4) (a=8)$

ب/ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات
ومركزه نقطة الأصل والنسبة بين طوليه محوريه $= \frac{1}{2}$
ويقطع القطع المحوري عند $x=2$.

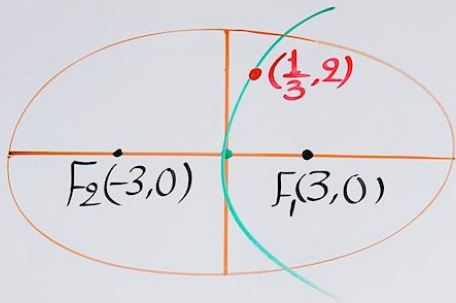
$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ تحويل
 $(2, \pm 4)$ $\frac{2b}{2a} \times \frac{1}{2}$

$\frac{4}{b^2} + \frac{16}{a^2} = 1 - ②$
 $a = 2b$
 $a^2 = 4b^2 - ①$

$\frac{4}{b^2} + \frac{16}{4b^2} = 1$
 $\frac{8}{b^2} \times \frac{1}{1} \Rightarrow b^2 = 8$

$\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{32} = 1$ $(a^2=32)$

$y^2 = 8x$ تحويل $(2, y)$
 $y^2 = 16$
 $y = \pm 4$
 $(2, \pm 4)$



النقطة $(\frac{1}{3}, 2)$ تنتمي للقطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات والتي هي أمتى بؤرتي القطع الناقص والنسبة بين طولي محوريه $= \frac{5}{4}$
 نجد معادلتى القطعين المكافئ والناقص. وزارى 2/1999, 1/2017 خارج

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$9 = \frac{25b^2}{16} - b^2 \quad \text{J.T 6}$$

$$144 = 25b^2 - 16b^2$$

$$\frac{144}{9} = \frac{9b^2}{9} \Rightarrow b^2 = 16$$

$$a^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

معادلة القطع الناقص

$$y^2 = 4px$$

$$(2)^2 = 4p(\frac{1}{3})$$

$$4 = \frac{4p}{3} \Rightarrow 4p = 12 \Rightarrow p = 3$$

$$F(3,0) \quad y^2 = 12x$$

$$F(3,0) \quad \text{القطع الناقص:} \quad c = 3 \Rightarrow c^2 = 9$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{4a}{4} = \frac{5b}{4}$$

$$a = \frac{5b}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{25b^2}{16} \quad \text{--- (1)}$$