

موضوع: القطع الناقص

المعادلة	محور السينات x	محور الصادات y
	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$
البؤرتان	$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$	$F_1(0, -c), F_2(0, c)$
الرؤسان	$V_1(-a, 0), V_2(a, 0)$	$V_1(0, -a), V_2(0, a)$
التقاطبان	$m_1(b, 0), m_2(-b, 0)$	$m_1(0, b), m_2(0, -b)$

2a: طول المحور الكبير

2b: طول المحور الصغير

2c: المسافة أو البعد بين البؤرتين

المصاحبة: $A = a^2 - b^2 = c^2$

الخط: $P = 2\pi \sqrt{a^2 + b^2}$

الانحراف المركزي: $e = \frac{c}{a}$

أقل من واحد

ملاحظات القطع الناقص

ملاحظة ①

يقطع من محور السينات جزءاً طوله = وحدات.

يقطع من محور الصادات جزءاً طوله = وحدات.

نحصل على: 2a: الأكبر or 2b: الأصغر

ملاحظة ②

الفرق بين طولَي محوريه عند موجب = $2a - 2b$

مجموع طولَي محوريه عند موجب = $2a + 2b$

مجموع مربعي طولَي محوريه عند موجب = $(2a)^2 + (2b)^2$

ملاحظة ③

قطع ناقص ابتدائي بؤرتيه نقطة القطع الاكثري

ناقص $F(0, 0) \Rightarrow F(c, 0)$ مضاف

ملاحظة ④

قطع ناقص [عربي - يميني] مع عدد x يحمل $(x, 0)$

①: اذا كانت نفس المحور مع البؤرة $(c, 0)$.

②: اذا كانت على المحور مع البؤرة $(0, c)$.

قطع ناقص [عربي - يساري] مع عدد y يحمل $(0, y)$

③: اذا كانت نفس المحور مع البؤرة $(0, c)$.

④: اذا كانت على المحور مع البؤرة $(c, 0)$.

ملاحظة ⑤

القطع الناقص يمر بالنقطة (a, b) فأنه

تحقق المعادلة [نعوض النقطة في المعادلة الأصلية]

مجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل

وبؤرتاه على محور السينات وعبر النقطتين $(4, 3)$, $(6, 2)$ واري 2016 / 1 خارج

$$a^2 = 52$$

$$\frac{16}{52} + \frac{9}{13} = 1$$

$$\frac{9}{13} = 1 - \frac{4}{13}$$

$$\frac{81}{13} \Rightarrow b^2 = 13$$

$$\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{13} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{16}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \quad \text{--- (1) } \cdot 4$$

$$\frac{36}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \quad \text{--- (2) } \cdot 9$$

$$\frac{-64}{a^2} - \frac{36}{b^2} = -4 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{324}{a^2} + \frac{36}{b^2} = 9 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{260}{a^2} \cdot 5 \Rightarrow \frac{5a^2 = 260}{5} \Rightarrow a^2 = 52$$

مجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل

وبؤرتاه على محور السينات وعبر النقطتين $(3, 4)$, $(6, 2)$.

$$\frac{9}{a^2} + \frac{16}{20} = 1$$

$$\frac{9}{a^2} = 1 - \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{a^2} = \frac{1}{5}$$

$$a^2 = 45$$

$$\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{9}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \quad \text{--- (1) } \cdot 4$$

$$\frac{36}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{-36}{a^2} - \frac{64}{b^2} = -4 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{-60}{b^2} - \frac{3}{b^2} = -4$$

$$\frac{-63}{b^2} = -4 \Rightarrow \frac{63}{b^2} = 4 \Rightarrow b^2 = \frac{63}{4}$$

$$b^2 = 16$$

مجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وأحدي بؤرتيه بؤرة
بؤرة القطع المحكافي $y^2 - 20x = 0$ على أن القطع الناقص يمر بالنقطة (6, 2)

$$\frac{36b^2 + 100 + 4b^2}{25b^2 + b^4} = 1$$

$$\frac{40b^2 + 100}{b^4 + 25b^2} = 1$$

$$b^4 + 25b^2 = 40b^2 + 100$$

$$b^4 + 25b^2 - 40b^2 - 100 = 0$$

$$b^4 - 15b^2 - 100 = 0$$

$$(b^2 - 20)(b^2 + 5) = 0$$

$$b^2 = 20$$

$$a^2 = 45$$

$$\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$$

أضافني
القطع المحكافي:

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{20} = 1$$

$$4p = 20 \Rightarrow p = 5 \Rightarrow F(5, 0)$$

F(5, 0) القطع الناقص:

$$c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$a^2 - b^2 = 25$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 = 25 + b^2 \quad (1)$$

$$\frac{36}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{36}{25 + b^2} + \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\frac{36b^2 + 4(25 + b^2)}{(25 + b^2) \cdot b^2} = 1$$

مجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وأحدي بؤرتيه
بؤرة القطع المحكافي $y^2 + 8x = 0$ على أن القطع الناقص يمر بالنقطة $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

$$\frac{12}{4 + b^2} + \frac{3}{b^2} = 1$$

$$\frac{12b^2 + 3(4 + b^2)}{(4 + b^2) \cdot b^2} = 1$$

$$\frac{12b^2 + 12 + 3b^2}{4b^2 + b^4} = 1$$

$$\frac{15b^2 + 12}{4b^2 + b^4} = 1$$

$$4b^2 + b^4 = 15b^2 + 12$$

$$b^4 + 4b^2 - 15b^2 - 12 = 0$$

$$b^4 - 11b^2 - 12 = 0$$

$$(b^2 - 12)(b^2 + 1) = 0$$

$$b^2 = 12$$

$$a^2 = 16$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$

$$\frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{4} = 1$$

$$4p = 8 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow F(-2, 0)$$

F(-2, 0) القطع الناقص:

$$c = 2 \Rightarrow c^2 = 4$$

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$a^2 - b^2 = 4$$

$$a^2 = 4 + b^2 \quad (1)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{12}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{12}{4 + b^2} + \frac{3}{b^2} = 1$$