

جواب السؤال الأول

تحركت شاحنتان من مستودع الشاحنة A بسرعة $(40km/h)$ شرقاً والشاحنة B بسرعة $(30km/h)$ شمالاً ما معدل تغير المسافة بين الشاحنتين عندما تكون الشاحنة A على بعد $(4 km)$ والشاحنة B على بعد $(3 km)$ من المستودع

نفرض:

$$x = 4km \quad \frac{dx}{dt} = 40km/h \quad x = \text{المسافة الشاحنة A}$$

$$y = 3km \quad \frac{dy}{dt} = 30mk/h \quad y = \text{المسافة الشاحنة B}$$

$$\frac{dZ}{dt} = ? \quad Z = \text{المسافة بين الشاحنتين}$$

العلاقة الرئيسية $Z^2 = x^2 + y^2$

$$2Z \frac{dZ}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt}] \div 2$$

$$Z = \frac{dZ}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$

$$Z \frac{dZ}{dt} = (4)(40) + (3)(30)$$

$$Z \frac{dz}{dt} = 160 + 90$$

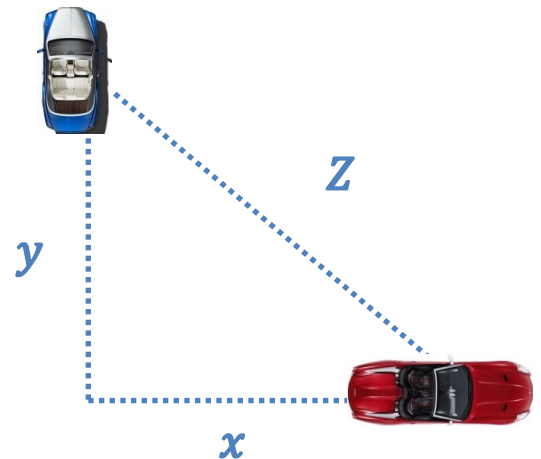
$$Z \frac{dz}{dt} = 250 \text{ ----(1)}$$

$$Z^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$Z^2 = 16 + 9 \Rightarrow Z^2 = 25 \Rightarrow Z = 5km \text{ ----(2)} \quad \text{نعوض معادلة (2) في (1)}$$

$$\frac{5}{5} \frac{dZ}{dt} = \frac{250}{5}$$

$$\frac{dZ}{dt} = 50 km/h \quad \text{معدل تغير المسافة بين السيارتين}$$



جواب السؤال الثاني

طريقان متعامدان تسير سيارة على الطريق الأول بسرعة 80km/h وتسير سيارة على الطريق الآخر بسرعة 60km/h جد معدل ابتعاد السيارتين بعد مرور ربع ساعة؟

$$\frac{dx}{dt} = 80\text{km/h}$$

المسافة على الطريق الأول x

$$\frac{dy}{dt} = 60\text{km/h}$$

المسافة على الطريق الثاني y

$$\frac{dZ}{dt} = ?$$

المسافة بين السيارتين Z

العلاقة الرئيسية $Z^2 = x^2 + y^2$

$$2Z \frac{dZ}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt}] \div 2$$

$$Z \frac{dZ}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$

$$Z \frac{dZ}{dt} = 80x + 60y \text{ ---- (1)}$$

$$x = \frac{dx}{dt} \cdot t = 80 \left(\frac{1}{4} \right) = 20 \text{ km}$$

$$y = \frac{dy}{dt} \cdot t = 60 \left(\frac{1}{4} \right) = 15 \text{ km}$$

$$Z^2 = 400 + 225$$

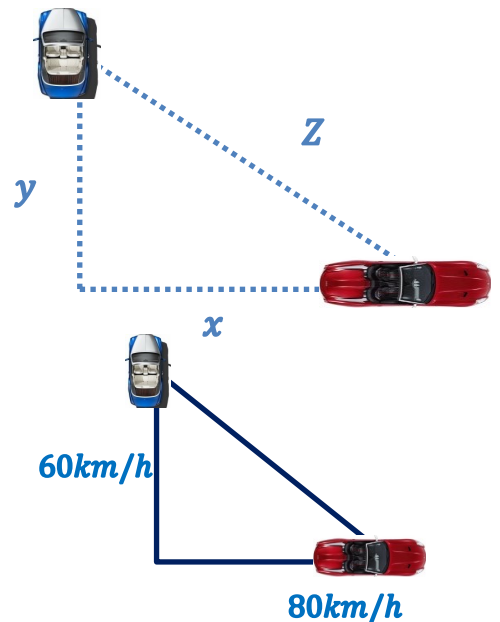
$$Z^2 = 625 \Rightarrow Z = 25\text{km}$$

$$25 \frac{dZ}{dt} = 1600 + 900$$

$$25 \frac{dZ}{dt} = 2500] \div 25$$

$$\frac{dZ}{dt} = 100 \text{ km/h}$$

معدل تغير المسافة بين السيارتين

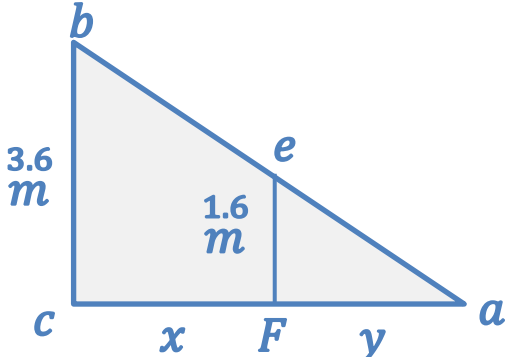


مصباح على ارتفاع $(3.6m)$ مثبت على عمود شاقولي وشخص طوله $(1.6m)$ يتحرك مبتعداً عن العمود بسرعة $(2.5 m/min)$ جد سرعة تغير طول الرجل

نفرض:

$\frac{dx}{dt} = 2.5m/min$ x = بعد الرجل عن العمود

$\frac{dy}{dt} = ?$ y = طول ظل الرجل



$$\frac{y}{x+y} = \frac{1.6}{3.6}$$

من تشابه المثلثين $ae f, abc$ نحصل على

$$\frac{y}{x+y} = \frac{4}{9}$$

$$9y = 4x + 4y$$

$$9y - 4y = 4x$$

$$5y = 4x$$

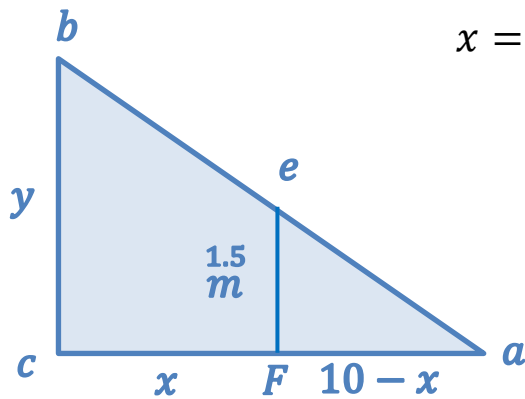
$$5 \frac{dy}{dt} = 4 \frac{dx}{dt}$$

$$5 \frac{dy}{dt} = 4(2.5) \rightarrow 5 \frac{dy}{dt} = 10$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{10}{5} = 2 m/min$$

$2 m/min$ = معدل تغير طول ظل الرجل

مصدر ضوئي موضوع على الأرض يبعد (10 m) عن حائط تسير حادثة تبليط ارتفاعها (1.5 m) باتجاه الحائط بسرعة (4 m/min) جد معدل التغير في ارتفاع ظل الحادثة عندما تبعد (8m) عن الحائط وهل ارتفاع ظل الحادثة يتناقص أو يزداد



بعد الحادثة عن الحائط $x = 8$ $\frac{dx}{dt} = -4 \text{ m/min}$

ظل الحادثة على الحائط $y = ?$ $\frac{dy}{dt} = ?$

$$\frac{10-x}{10} = \frac{1.5}{y}$$

من تشابه المثلثين aeF, abc

$$y(10-x) = (10)(1.5) \rightarrow y = \frac{15}{10-x}$$

$$y = 15(10-x)^{-1}$$

$$\frac{dy}{dt} = -15(10-x)^{-2}(-1) \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{15}{(10-x)^2} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{15}{(10-8)^2} \cdot (-4)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{15}{(2)^2} \cdot (-4) \rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{15}{4} \cdot (-4)$$

$$\frac{dy}{dt} = -15 \text{ m/min}$$

∴ الارتفاع يتناقص

The first question

Two cars started moving: the first towards the east at a speed of 40 km/h and the second towards the north at a speed of 30 km/h . Find the rate of change of the distance between the two cars after the first has covered 4 km and the second 3 km .

نفرض:

$x = 4 \text{ km}$ $\frac{dx}{dt} = 40 \text{ km/h}$ x = المسافة باتجاه الشرق

$y = 3 \text{ km}$ $\frac{dy}{dt} = 30 \text{ km/h}$ y = المسافة باتجاه الشمال

$\frac{dz}{dt} = ?$ Z = المسافة بين السيارتين

العلاقة الرئيسية $Z^2 = x^2 + y^2$

$$2Z \frac{dZ}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} \quad] \div 2$$

$$Z \frac{dZ}{dt} = x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt}$$

$$Z \frac{dZ}{dt} = (4)(40) + (3)(30)$$

$$Z \frac{dZ}{dt} = 160 + 90$$

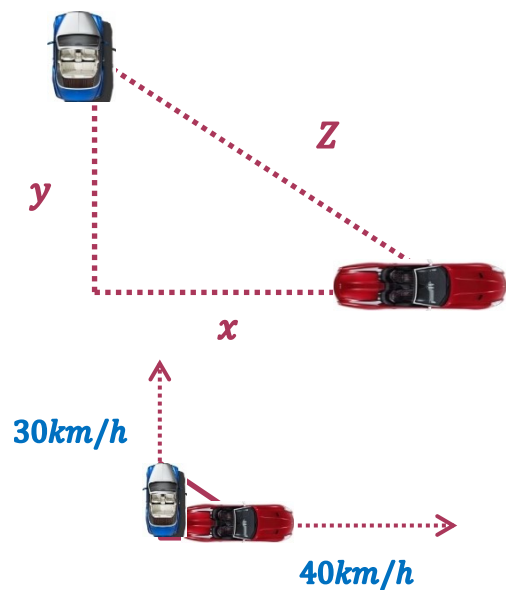
$$Z \frac{dZ}{dt} = 250 \quad (1)$$

$$Z^2 = (4)^2 + (3)^2$$

$$Z^2 = 16 + 9 \Rightarrow Z^2 = 25 \Rightarrow Z = 5 \text{ km} \quad (2) \quad \text{نعوض معادلة (2) في (1)}$$

$$\frac{5}{5} \frac{dZ}{dt} = \frac{250}{5}$$

$$\frac{dZ}{dt} = 50 \text{ km/h} \quad \text{معدل تغير المسافة بين السيارتين}$$



The second question

A car traveling at a speed of 30m/s passed under a red traffic light that is 3m high above the ground. After moving a distance of $3\sqrt{3}\text{m}$ away from it, the car collided with another car. Find the rate of change of the distance between the car and the traffic light.

نفرض:

$\frac{dx}{dt} = 30\text{ m/s}$ $x =$ بعد السيارة عن العمود

$\frac{dy}{dt} = ?$ $y = 3\sqrt{3}$ بعد السيارة عن الإشارة المروية

$$y^2 = x^2 + 9$$

$$2y \frac{dy}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}] \div 2$$

$$y \frac{dy}{dt} = x \frac{dx}{dt}$$

$$3\sqrt{3} \frac{dy}{dt} = 30x \quad \text{--- (1)}$$

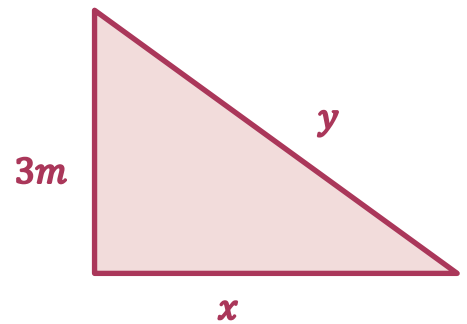
$$(3\sqrt{3})^2 = x^2 + 9 \Rightarrow 27 = x^2 + 9 \Rightarrow x^2 = 27 - 9$$

$$x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2} \quad \text{--- (2)} \quad \text{نعوض معادلة (2) في (1)}$$

$$3\sqrt{3} \frac{dy}{dt} = 30 (3\sqrt{2})$$

$$3\sqrt{3} \frac{dy}{dt} = 90\sqrt{2} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{90\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

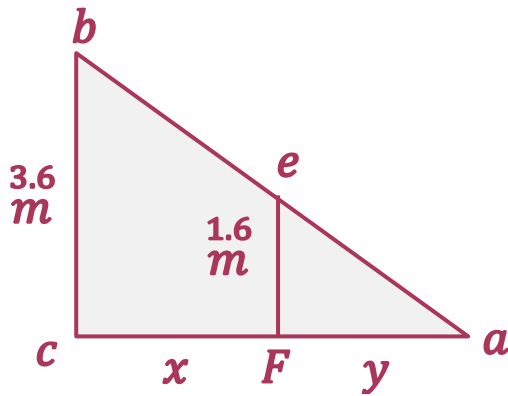
$$\frac{dy}{dt} = \frac{30\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{ m/s} \quad \text{معدل تغير المسافة بين السيارة والإشارة المروية}$$



The third question

A pole of height (3.6 m) has a light at its top. A man of height (1.6 m) moves away from the pole at a speed of (4.5 m/min) Find the rate of change of the length of the man's shadow

نفرض:



$$\frac{dx}{dt} = 4.5 \text{ m/min} \quad x = \text{بعد الرجل عن العمود}$$

$$\frac{dy}{dt} = ? \quad y = \text{طول ظل الرجل}$$

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1.6}{3.6}$$

من تشابه المثلثين $ae f, abc$ نحصل على

$$\frac{y}{x+y} = \frac{4}{9}$$

$$9y = 4x + 4y$$

$$9y - 4y = 4x$$

$$5y = 4x$$

$$5 \frac{dy}{dt} = 4 \frac{dx}{dt}$$

$$5 \frac{dy}{dt} = 4(4.5) \rightarrow 5 \frac{dy}{dt} = 18$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{18}{5} \text{ m/min}$$

$$\frac{18}{5} \text{ m/min} = \text{معدل تغير طول ظل الرجل}$$

The fourth question

A light source is placed on the ground (20m) away from a wall. A road roller of height (1.6m) moves towards the wall at a speed of (2.5 m/min) Find the rate of change of the height of the roller's shadow on the wall when the roller is (8m) away from the wall. Is the height increasing or decreasing?

نفرض :

$x = 8$ $\frac{dx}{dt} = -2.5$ $\frac{m}{min} x =$ بعد الحادلة عن الحائط

$\frac{dy}{dt} = ?$ $y =$ ظل الحادلة على الحائط

$$\frac{20-x}{20} = \frac{1.6}{y}$$

من تشابه المثلثين $ae f, abc$

$$y = \frac{32}{20-x}$$

$$y = 32 (20-x)^{-1}$$

$$\frac{dy}{dt} = -32 (20-x)^{-2} \times -\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{32}{(20-x)^2} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{32}{(20-8)^2} \cdot -2.5$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{32}{(12)^2} \cdot -2.5$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{32}{144} \cdot -2.5 = -\frac{5}{9} m/min$$

∴ الارتفاع يتناقص

