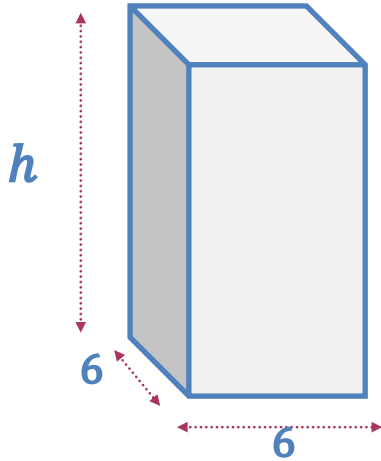


خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة طولها $(6m)$ يتسرب منه الماء بمعدل $0.36 m^3/h$ جد معدل تغير انخفاض الماء في الخزان عند أي زمن t

نفرض :



ارتفاع الماء في الخزان $h = ?$ $\frac{dh}{dt}$

الحجم $V = -0.36 m^3/h$ $\frac{dv}{dt}$

القاعدة $6m$ (ثابت)

الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع

$$V = 36h$$

$$\frac{dv}{dt} = 36 \frac{dh}{dt}$$

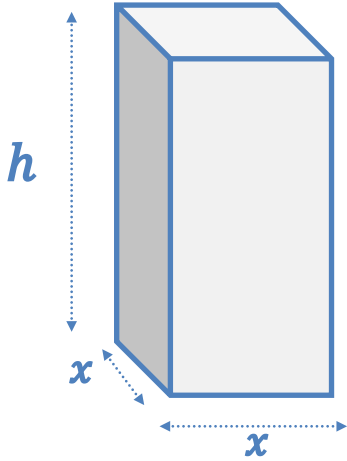
$$-0.36 = 36 \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-0.36}{36} = -0.01 m/h$$

معدل انخفاض الماء في الخزان $0.1 m/h$

جواب السؤال الثاني

متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل يزداد ارتفاعه بمعدل 0.2 cm/s بحيث يبقى الحجم ثابتاً يساوي 80 cm^3 جد معدل التغير في الطول القاعدته عندما يكون فيها الارتفاع 5 cm



الحجم = 80 cm^3 (ثابت)

نفرض:

طول ضلع القاعدة $x = ?$ $\frac{dx}{dt} = ?$

الارتفاع $h = 5 \text{ cm}$, $\frac{dh}{dt} = 0.2 \text{ cm/s}$

العلاقة الرئيسية $x^2 \cdot h = 80$

$$x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot 2x \frac{dx}{dt} = 0$$

$$x^2 \cdot (0.2) + (10)x \frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$5x^2 = 80 \quad] \div 5$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

$$16 (0.2) + 10(4) \frac{dx}{dt} = 0$$

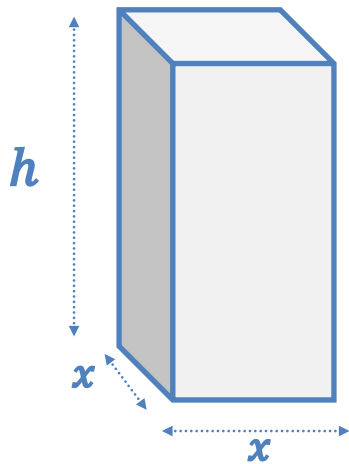
$$40 \frac{dx}{dt} = -3.2$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-3.2}{40} = -0.08 \text{ cm/s}$$

معدل التغير في الطول $0.08 \text{ cm/s} =$

متوازي سطوح مستطيلة أبعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل (3 cm/s) وارتفاعه يتناقص بمعدل (2 cm/s) جد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع القاعدة (2 cm) والارتفاع (5 cm)

نفرض:



الحجم = V $\frac{dV}{dt} = ?$

طول ضلع القاعدة = x $x = 2 \text{ cm}, \frac{dx}{dt} = 3 \text{ cm/s}$

الارتفاع = h $h = 5 \text{ cm}, \frac{dh}{dt} = -2 \text{ cm/s}$

الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع

$$V = x^2 \cdot h$$

$$\frac{dV}{dt} = x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = (4)(-2) + 2(2)(5)(3)$$

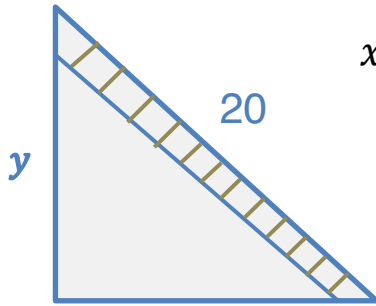
$$\frac{dV}{dt} = -8 + 60$$

$$\frac{dV}{dt} = 52 \text{ cm}^3/\text{s}$$

معدل تغير الحجم $52 \text{ cm}^3/\text{s}$

جواب السؤال الرابع

سلم طوله (20m) يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه الاعلى على حائط رأسي فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل (2 m/s) عندما يكون الطرف الأسفل على بعد (12m) عن الحائط احسب ① معدل انزلاق الطرف العلوي ② سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض



بعد الطرف الاسفل عن الحائط $x = 12 \text{ m}$, $\frac{dx}{dt} = 2 \text{ m/s}$
 بعد الطرف الاعلى عن الارض $y = ?$, $\frac{dy}{dt} = ?$

$$x^2 + y^2 = 400$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0 \} \div 2$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$(12)(2) + y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$y \frac{dy}{dt} = -24 \dots \dots \dots (1)$$

$$(12)^2 + y^2 = 400$$

$$144 + y^2 = 400$$

$$y^2 = 400 - 144$$

$$y^2 = 256 \rightarrow y = 16$$

$$16 \frac{dy}{dt} = -24$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-24}{16} = \frac{-3}{2} \text{ m/s}$$

$$\frac{3}{2} \text{ m/s} \text{ معدل انزلاق الطرف العلوي}$$

② نفرض الزاوية بين السلم والأرض

$$\frac{d\theta}{dt} = ? , \theta =$$

$$\sin \theta = \frac{y}{20}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{20} y$$

$$\cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{20} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{12}{20} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{20} \cdot \frac{-3}{2}$$

$$4 \frac{d\theta}{dt} = \frac{-1}{2}$$

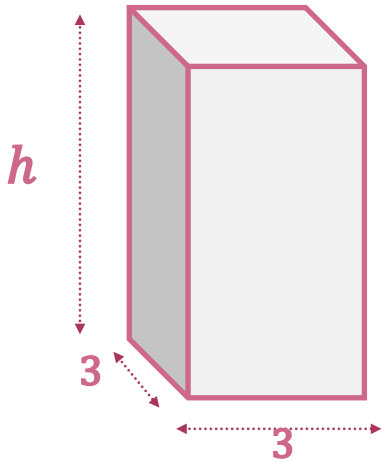
$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-1}{8} \text{ rad/sec}$$

$$-\frac{1}{8} \text{ rad/s} = \text{سرعة تغير الزاوية}$$

The first question

A tank full of water in the shape of a rectangular parallelepiped with a square base of side length $3m$ Water leaks from it at a rate of $0.9m^3/h$ Find the rate of change of the decrease in the water level in the tank at any time t

نفرض :



$\frac{dh}{dt} = ?$ h = ارتفاع الماء في الخزان

$\frac{dv}{dt} = -0.9 m^3/h$ V = الحجم

القاعدة = $3m$ (ثابت)

الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع

$$V = 9h$$

$$\frac{dv}{dt} = 9 \frac{dh}{dt}$$

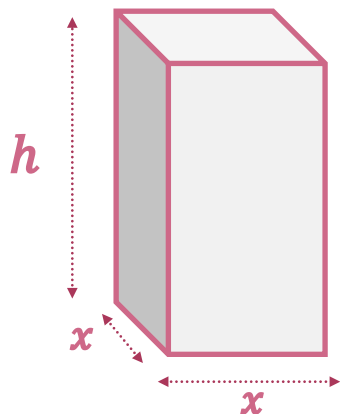
$$-0.9 = 9 \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-0.9}{9} = -0.1 m/h$$

معدل انخفاض الماء في الخزان = $0.1 m/h$

The second question

A rectangular parallelepiped whose base is square. The side length of its base increases at a rate of 0.5 cm/s such that its volume remains constant at 48 cm^3 . Find the rate of change of height at the instant when the height is 3 cm .



الحجم = 48 cm^3 (ثابت)

$\frac{dx}{dt} = 0.5 \text{ cm/s}$ طول ضلع القاعدة = x

$h = 3$ $\frac{dh}{dt} = ?$ الارتفاع = h

العلاقة الرئيسية $x^2 \cdot h = 48$

$$x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt} = 0$$

$$x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + (3)(2x)(0.5) = 0$$

$$x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + 3x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{3x^2}{3} = \frac{48}{3}$$

$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \quad (2) \quad \text{نعوض معادلة (2) في (1)}$$

$$16 \frac{dh}{dt} + (3)(4) = 0$$

$$16 \cdot \frac{dh}{dt} + 12 = 0$$

$$\frac{16 dh}{16 dt} = -\frac{12}{16}$$

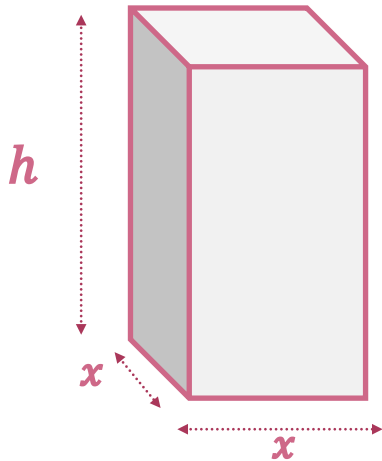
$$\frac{dh}{dt} = -\frac{3}{4} \text{ cm/s}$$

$$\frac{3}{4} \text{ cm/s} = \text{معدل التغير في الارتفاع}$$

The third question

A rectangular parallelepiped whose dimensions change such that its base remains square. The side length of the base increases at a rate of (0.3 cm/s) and its height decreases at a rate of (0.5 cm/s) . Find the rate of change of volume when the side length of the base is (4 cm) and the height is (3 cm) .

نفرض:



$$\frac{dV}{dt} = ?$$

V = الحجم

$$x = 4 \text{ cm}, \frac{dx}{dt} = 0.3 \text{ cm/s}$$

x = طول ضلع القاعدة

$$h = 3 \text{ cm}, \frac{dh}{dt} = -0.5 \text{ cm/s}$$

h = الارتفاع

الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع

$$V = x^2 \cdot h$$

$$\frac{dV}{dt} = x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = (16)(-0.5) + (3)(8)(0.3)$$

$$\frac{dV}{dt} = -8 + 7.2$$

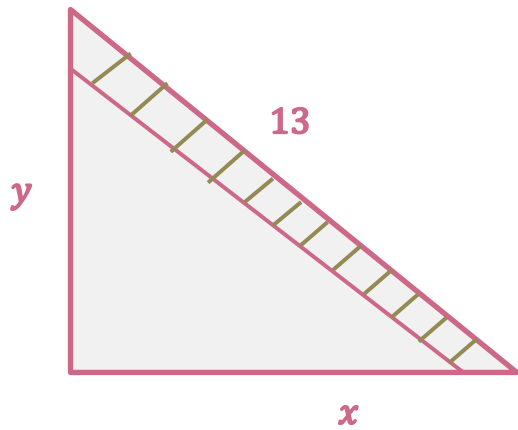
$$\frac{dV}{dt} = -0.8 \text{ cm}^3/\text{s}$$

معدل تغير الحجم $0.8 \text{ cm}^3/\text{s}$

The fourth question

A ladder of length (13m) rests with its lower end on a horizontal ground and its upper end on a vertical wall. If the lower end slides away from the wall at a rate of 4 m/s when the lower end is at a distance of (5m) from the wall, find:

- ① The rate of sliding of the upper end. ② The rate of change of the angle between the ladder and the ground



نفرض:

$x = 5m$ $\frac{dx}{dt} = 4m/s$ بعد الطرف الأسفل عن x الحائط

$\frac{dy}{dt} = ?$ $y =$ الأرض عن الأعلى الطرف بعد

العلاقة الرئيسية $x^2 + y^2 = 169$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0 \quad] \div 2$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$(5)(4) + y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$y \frac{dy}{dt} = -20 \quad (1)$$

$$25 + y^2 = 169$$

$$y^2 = 144 \Rightarrow y = 12 m \quad (2)$$

نعوض معادلة (2) في (1)

$$\frac{12}{12} \frac{dy}{dt} = \frac{-20}{12} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{-5}{3} m/s$$

$$\frac{5}{3} m/s = \text{معدل انزلاق الطرف العلوي}$$

② نفرض الزاوية بين السلم والأرض

$$\frac{d\theta}{dt} = ? \quad \theta =$$

$$\sin \theta = \frac{1}{13} y$$

$$\cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{13} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{5}{13} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{13} \cdot \frac{-5}{3}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-1}{3} rad/sec$$

$$\frac{1}{3} rad/s = \text{سرعة تغير الزاوية}$$