

المعدلات الزمنية

المعدلات المرتبطة بالزمن

المعدل الزمني: هو العنقشة الأولى

بالنسبة للزمن (t)

الزيادة $\rightarrow +$

المعدل الزمني $\rightarrow -$ النقصان

cm/s $\rightarrow$

m/min $\rightarrow$

km/h $\rightarrow$

unit/s $\rightarrow$

خطوات حل مسائل المعدلات الزمنية:

① الرسم + الفرضية + القانون ✓

② علاقة ثانوية لتقليل المتغيرات

③ الاشتقاق بالنسبة للزمن «t»

④ تعويض المتغيرات بعد الاشتقاق

جدول لفرضية المتغيرات.

معدل التغير	الرمز	الاسم المتغير
$\frac{dA}{dt}$	A	المساحة
$\frac{dv}{dt}$	v	الحجم
$\frac{dh}{dt}$	h	الارتفاع
$\frac{dr}{dt}$	r	نصف قطر
$\frac{dx}{dt}$	x	الطول
$\frac{dy}{dt}$	y	العرفد
$\frac{ds}{dt}$	s	المسافة
$\frac{d\theta}{dt}$	θ	الزاوية
$\frac{dp}{dt}$	p	المحيط

عبارات تدل على الزيادة

يصب
يرتفع
يتزايد
يزيد
يتمدد

عبارات تدل على النقصان

يترب
يتخفص
يتناقص
يذوب
يقل
يتقلص
ينقص
يتلاشى
ينكمش

$$⑥ y = \frac{32}{(20-x)^{-1}}$$

$$y = 32(20-x)^{-1} \quad ⑦ \cdot ق \quad -1 = -2$$

$$\frac{dy}{dt} = -32(20-x)^{-2} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{32}{(20-x)^2} \frac{dx}{dt}$$

$$⑦ v = (8+2x)^3 \quad ⑧ \cdot ق$$

$$\frac{dv}{dt} = 3(8+2x)^2 \cdot 2 \frac{dx}{dt}$$

$$⑧ v = \frac{4}{3}\pi(3+x)^3 \quad ⑨ \cdot ق$$

$$\frac{dv}{dt} = 4\pi(3+x)^2 \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$⑨ s = \sqrt{x^2 - 10x + 49}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{(2x-10) \frac{dx}{dt}}{2\sqrt{x^2 - 10x + 49}}$$

$$① x \cdot y = 96 \quad ② \cdot ق$$

$$x \cdot \frac{dy}{dt} + y \cdot \frac{dx}{dt} = 0$$

$$② v = 4h \quad ③ \cdot ق$$

$$\frac{dv}{dt} = 4 \frac{dh}{dt}$$

$$③ x^2 \cdot h = 640 \quad ④ \cdot ق$$

$$x^2 \cdot \frac{dh}{dt} + h \cdot 2x \frac{dx}{dt} = 0$$

$$④ x^2 + y^2 = 100 \quad ⑤ \cdot ق$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$⑤ z^2 = x^2 + y^2 \quad ⑥ \cdot ق$$

$$2z \frac{dz}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt}$$

موضوع: المعادلات التفاضلية

خطوات الحل:

① الرسم + الفرضية + القانون. ✓

② علاقة ثانوية لتقليل المتغيرات. ✓

③ الاشتقاق بالنسبة للزمن «t». ✓

④ تعويض المتغيرات بعد الاشتقاق. ✓

الاشتقاق بالنسبة للمتغير x | الاشتقاق بالنسبة للزمن t

$$x \Rightarrow \frac{dx}{dt}$$

$$x \Rightarrow 1$$

$$x^2 \Rightarrow 2x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$x^2 \Rightarrow 2x$$

$$y \Rightarrow \frac{dy}{dt}$$

$$y^2 \Rightarrow 2y \frac{dy}{dt}$$

فازري 2015 الدور الأول

١/ صفحة مستطيلة من المعدن مساحتها 96 cm^2 يتمدد طولها بمعدل (2 cm/s) (حيث تبقى ماضتها ثابتة) بعد معدل التمدد في عرضها وذلك عندما يكون عرضها (8 cm) .

$$x \frac{dy}{dt} = -16 \quad \text{--- (1)}$$

$$8x = 96 \Rightarrow x = 12 \text{ cm}$$

$$\frac{12}{12} \frac{dy}{dt} = -\frac{16}{12}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{4}{3} \text{ cm/s}$$

معدل التمدد في عرضها $\frac{4}{3} \text{ cm/s}$

المساحة = 96 cm^2 $\times$ y 

الطول $x = \frac{dx}{dt} = 2 \text{ cm/s}$

العرض $y = \frac{dy}{dt} = ?$ $y = 8 \text{ cm}$

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

$$x \cdot y = 96$$

$$x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} = 0$$

$$x \frac{dy}{dt} + (8)(2) = 0$$

فازري 2021 القمبيدي

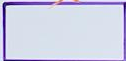
٢/ صفحة مستطيلة من المعدن مساحتها 192 cm^2 تتناقص عرضها بمعدل $(\frac{4}{3} \text{ cm/s})$ (حيث تبقى ماضتها ثابتة) بعد معدل التمدد طولها وذلك عندما يكون طولها (12 cm) .

$$y \frac{dx}{dt} = 16 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{12}{12} \frac{dx}{dt} = \frac{16}{12} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{4}{3} \text{ cm/s}$$

$$\frac{16}{16} \frac{dx}{dt} = \frac{16}{16}$$

$$\frac{dx}{dt} = +1 \text{ cm/s}$$

المساحة = 192 cm^2 $\times$ y 

العرض $y = \frac{dy}{dt} = -\frac{4}{3} \text{ cm/s}$

الطول $x = \frac{dx}{dt} = ?$ $x = 12 \text{ cm}$

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض

$$x \cdot y = 192$$

$$x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} = 0$$

$$12(-\frac{4}{3}) + y \frac{dx}{dt} = 0$$

وزارة 2018 الدور الثاني

أسطوانة دائرية قائمة بسعتها $320\pi \text{ cm}^3$ حجمها ثابت ومعدل التغير الزمني في نصف قطرها (0.5 cm/s) حدد معدل التغير الزمني في ارتفاعها في اللحظة التي يكون فيها الارتفاع (5 cm) .

$$r^2 \frac{dh}{dt} + 5r = 0 \quad (1)$$

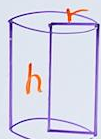
$$\frac{5r^2}{5} = \frac{320}{5} \Rightarrow r^2 = 64$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

$$64 \frac{dh}{dt} + 40 = 0$$

$$\frac{64 dh}{64 dt} = \frac{-40}{64}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{-5}{8} \text{ cm/s}$$



$$320\pi \text{ cm}^3 = \text{الحجم}$$

$$\frac{dr}{dt} = 0.5, r = \text{نقطة}$$

$$h = 5 \text{ cm}, \frac{dh}{dt} = ?, h = \text{ارتفاع}$$

$$320\pi = \pi r^2 h$$

$$r^2 h = 320$$

$$r^2 \frac{dh}{dt} + h 2r \frac{dr}{dt} = 0$$

$$r^2 \frac{dh}{dt} + 10r(0.5) = 0$$

وزارة 2018 الدور الثاني فارج لقطر

مربع صفيحة على شكل مثلث متساوي الساقين ماضها 64 cm^2 يتحدد ارتفاعها بمعدل (2 cm/s) (حيث تبقى ماضها ثابتة) حدد معدل التغير في قاعدتها عندما تكون القاعدة (4 cm) .

$$(4)(2) + h \frac{dx}{dt} = 0$$

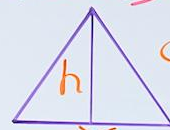
$$h \frac{dx}{dt} = -8 \quad (1)$$

$$\frac{4h}{4} = \frac{128}{4} \Rightarrow h = 32 \text{ cm}$$

$$\frac{32 dx}{32 dt} = \frac{-8}{32}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-1}{4} \text{ cm/s}$$

$$\frac{1}{4} = \text{معدل التغير في قاعدتها}$$



$$64 \text{ cm}^2 = \text{المساحة}$$

$$\frac{dh}{dt} = +2, h = \text{ارتفاع}$$

$$x = 4 \text{ cm}, \frac{dx}{dt} = ?, x = \text{القاعدة}$$

$$\frac{1}{2} x h = 64 \Rightarrow \frac{1}{2} \text{ القاعدة} \times \text{ارتفاع}$$

$$x \cdot h = 128$$

$$x \frac{dh}{dt} + h \frac{dx}{dt} = 0$$