

الفصل الثالث

التفاضل

حصّة الفصل في الأمتحان الوزاري (50-40) درمة.

قبل البدء بالفصل نحتاج الى أساسيات الصف الخامس العليّ

- ① قواعد الاشتقاق السبعة ✓
- ② الاشتقاق الضمني ✓
- ③ اشتقاق الدوال الدائرية ✓

مواضيع الفصل

- ① المعدلات الزمنية.
- ② فبرهنة رول.
- ③ فبرهنة القيمة المتوسطة.
- ④ نتائج فبرهنة لقيمة متوسطة (التقريب)
- ⑤ أيجاد الثوابت $a, b, c \in \mathbb{R}$
- ⑥ رسم الدوال
- ⑦ التطبيقات على النهايات العظمى أو الصغرى

أساسيات الصف الخامس العليّ
① قواعد الاشتقاق السبعة.

القاعدة الأولى: مشتقات الثابت
عدد ثابت

$$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0$$

القاعدة الثانية: مشتقات المتغير

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

القاعدة الثالثة: مشتقات ثابت x دالة

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

القاعدة الرابعة: مشتقات مجموع أو فرق دوال

$$f(x) \pm g(x) \Rightarrow f'(x) \pm g'(x)$$

القاعدة الخامسة: مشتقات حاصل ضرب دالتين

$$= \text{مشتقة (الأولى)} (\text{الثانية}) + (\text{الثانية}) (\text{مشتقة (الأولى)})$$

القاعدة السادسة: مشتقة x بالمقام (الأسس)

$$= \frac{\text{مشتقة (البط)} - (\text{البط}) (\text{مشتقة (المقام)})}{(\text{المقام})^2}$$

القاعدة السابعة: مشتقات قوى دوال

$$f(x) = (\text{دالّة التوابع})^n$$

$$f'(x) = n (\text{دالّة التوابع})^{n-1} \cdot (\text{دالّة التوابع})'$$

قوانين الأشكال الهندسية

أولاً: المربع

المساحة = (طول الضلع)² $A = x^2$

الحيط = طول الضلع $\times 4$ $P = 4x$



ثانياً: المستطيل

المساحة = الطول $\times$ العرض $A = x \times y$

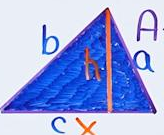
الحيط = (الطول + العرض) $\times 2$ $P = 2(x + y)$



ثالثاً: المثلث

المساحة = $\frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الارتفاع $A = \frac{1}{2} \times x \times h$

الحيط = مجموع أطوال الأضلاع الثلاثة $P = a + b + c$



رابعاً: الدائرة

المساحة = $A = \pi r^2$

الحيط = $P = 2\pi r$



قوانين الأشكال الهندسية المجسمة

المساحة الجانبية = محيط القاعدة $\times$ الارتفاع (LA)

المساحة السطحية = المساحة الجانبية + $2 \times$ مساحة القاعدة (SA)

الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع (V)

① المكعب

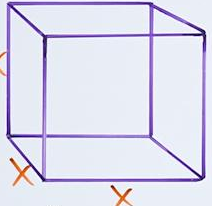
① $LA = (4x)(x) = 4x^2$

② $SA = 4x^2 + 2x^2 = 6x^2$

③ $V = (x^2)(x) = x^3$

مساحة ق = x^2

محيط قاعدة = $4x$



② متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل

① $LA = 4 \times h$

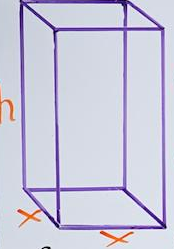
② $SA = 4 \times h + 2x^2$

③ $V = x^2 \cdot h$

مساحة ق = x^2

محيط ق = $4x$

مساحة جدار



③ متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مستطيلة الشكل

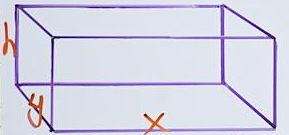
① $LA = 2(x + y) \cdot h$

② $SA = 2(x + y)h + 2xy$

③ $V = xy \cdot h$

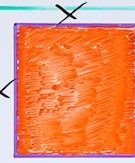
محيط ق = $2(x + y)$

مساحة ق = xy



قوانين الأشكال الهندسية

أولاً: المربع



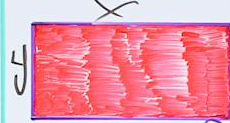
$$A = x^2$$

المساحة = (طول الضلع)²

$$P = 4x$$

المحيط = طول الضلع $\times 4$

ثانياً: المستطيل



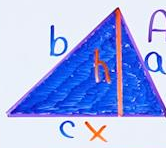
$$A = x \times y$$

المساحة = الطول $\times$ العرض

$$P = 2(x + y)$$

المحيط = (الطول + العرض) $\times 2$

ثالثاً: المثلث



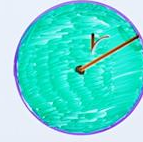
$$A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

المساحة = $\frac{1}{2}$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$$P = a + b + c$$

المحيط = مجموع أطوال الأضلاع الثلاثة

رابعاً: الدائرة



$$A = \pi r^2$$

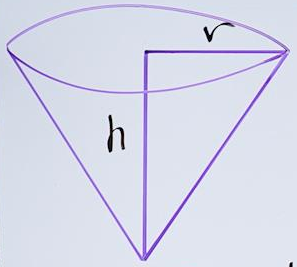
المساحة =

$$P = 2\pi r$$

المحيط =

قوانين الأشكال الهندسية الجسمة

⑤ المخروط



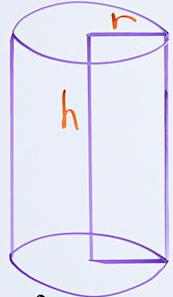
$$① V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

المساحة الجانبية = محيط القاعدة $\times$ الارتفاع (LA)

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + 2 $\times$ مساحة القاعدة (SA)

الحجم = مساحة القاعدة $\times$ الارتفاع (V)

④ الأسطوانة



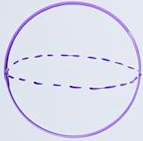
$$① LA = 2\pi r h$$

$$② SA = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$③ V = \pi r^2 h$$

مساحة ق = πr^2
محيط ق = $2\pi r$

⑥ الكرة



$$① SA = 4\pi r^2$$

$$② V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

المساحة

الحجم

المعدلات الزمنية

المعدلات المرتبطة بالزمن

المعدل الزمني: هو المشتقة الأولى

بالنسبة للزمن (t)

الزيادة $+$

المعدل الزمني $-$ النقصان

cm/s

m/min

km/h

unit/s

وحدات المعدل الزمني

خطوات حل مسائل المعدلات الزمنية:

- الرسم + الفرضية + القانون ✓
- علاقة ثانوية لتقليل المتغيرات
- الاشتقاق بالنسبة للزمن t
- تعويض المتغيرات بعد الاشتقاق

جدول لفرضية المتغيرات.

معدل التغير	الرمز	اسم المتغير
$\frac{dA}{dt}$	A	المساحة
$\frac{dv}{dt}$	v	الحجم
$\frac{dh}{dt}$	h	الارتفاع
$\frac{dr}{dt}$	r	نصف القطر
$\frac{dx}{dt}$	x	الطول
$\frac{dy}{dt}$	y	العرض
$\frac{ds}{dt}$	s	المسافة
$\frac{d\theta}{dt}$	θ	الزاوية
$\frac{d\rho}{dt}$	ρ	المحيط

عبارات تدل على الزيادة

يصب
يرتفع
يتزايد
يزيد
يتمدد

معناه يبق الرقم
المعطى في السؤال
أشارة موجبة

عبارات تدل على النقصان

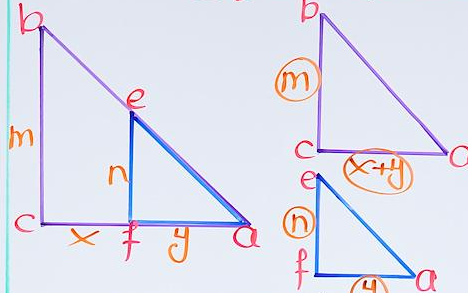
يترب
يتخفص
يتناقص
يذوب
يقل
يتقلص
ينقص
يتلاشى
ينكمش

معناه يبق الرقم
المعطى في السؤال
أشارة سالبة

قانون المسافة

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

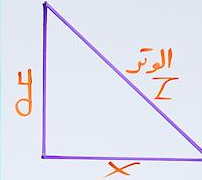
تشابه المثلثين



$$\frac{\text{ارتفاع الصغير}}{\text{قاعدة الصغير}} = \frac{\text{ارتفاع الكبير}}{\text{قاعدة الكبير}}$$

$$\frac{y}{x+y} = \frac{n}{m}$$

برهنة فيثاغورس



$$(\text{الوتر})^2 = (\text{الضلع الأول})^2 + (\text{الضلع الثاني})^2$$

$$z^2 = x^2 + y^2$$