

الفصل الثالث

التفاضل

حصّة الفصل في الأمتحان الوزاري
(40-50) درجة.

قبل البدء بالفصل نحتاج إلى
أساسيات الصف الخامس العلمي

- ① قواعد الاشتقاق السبعة ✓
- ② الاشتقاق الضمني
- ③ اشتقاق الدوال الدائرية

مواضيع الفصل

- ① المبررات الزمنية.
- ② فبرهة روك. 20
- ③ فبرهة القيمة المتوسطة.
- ④ نتائج فبرهة لقيمة متوسطة (التقريب)
- ⑤ أيجاد الثوابت $a, b, c \in \mathbb{R}$
- ⑥ رسم الدوال 20
- ⑦ التطبيقات على النهايات العظمى أو الصغرى

أساسيات الصف الخامس العلمي
① قواعد الاشتقاق السبعة.

القاعدة الأولى: مشتقة الثابت
عدد ثابت

$$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0$$

القاعدة الثانية: مشتقة المتغير

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

القاعدة الثالثة: مشتقة ثابت $\neq$ دالة

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

القاعدة الرابعة: مشتقة مجموع أو فرق دوال
 $f(x) \pm g(x) \Rightarrow f'(x) \pm g'(x)$

القاعدة الخامسة: مشتقة حاصل ضرب دالتين
مشتقة (الأولى) (الثانية) + (الثانية) (الأولى) =

$$\frac{\text{مشتقة (المقام)} (\text{البسط}) - (\text{البسط}) (\text{مشتقة (المقام)})}{(\text{المقام})^2}$$

القاعدة السادسة: مشتقة قسمة دالتين

$$f(x) = \left(\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} \right)^n$$

$$f'(x) = n \left(\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} \right)^{n-1} \cdot \left(\frac{\text{مشتقة (البسط)} (\text{المقام}) - (\text{البسط}) (\text{مشتقة (المقام)})}{(\text{المقام})^2} \right)$$

القاعدة ⑧ مشتقة الجذر التربيعي

مشتقة داخل الجذر

الجذر نفسه

① $f(x) = \sqrt{x}$

① $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

② $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

② $S = \sqrt{x^2 - 10x + 49}$

$S' = \frac{2x - 10}{2\sqrt{x^2 - 10x + 49}}$

④ $f(x) = \sqrt[5]{x^3} + x^4 + 3$ ق. ④

$f(x) = x^{\frac{3}{5}} + x^4 + 3$

$f'(x) = \frac{3}{5} x^{-\frac{2}{5}} + 4x^3 + 0$

$f'(x) = \frac{3}{5x^{\frac{2}{5}}} + 4x^3$

$f'(x) = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}} + 4x^3$

⑤ $g(x) = \frac{4}{(x+2)^1}$ ق. ⑥

$g'(x) = \frac{(x+2)(0) - (4)(1)}{(x+2)^2}$

$g'(x) = \frac{-4}{(x+2)^2}$

$g(x) = 4(x+2)^{-1}$

$g'(x) = -4(x+2)^{-2} \Rightarrow g'(x) = \frac{-4}{(x+2)^2}$

مراجعة قواعد الاشتقاق

من جدول المشتقة الأولى $f'(x)$:

① $f(x) = 6x - 3x^2 - 1$ ق. ④

$f'(x) = 6 - 6x$

② $f(x) = x - \frac{4}{x^2}$

$f'(x) = x - 4x^{-2}$ ق. ④

$f'(x) = 1 + 8x^{-3} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{8}{x^3}$

③ $f(x) = (2-x)^2$ ق. ⑦

$f'(x) = 2(2-x)^1 (-1)$

$f'(x) = -2(2-x)$

$$2xy - 4y + 5 = 0, x, y \neq 0, \frac{d^2y}{dx^2} \text{ جد}$$

$$2xy - 4y = -5$$

$$y(2x-4) = -5$$

$$y = \frac{-5}{(2x-4)^1} \quad \begin{matrix} -1-1 \\ -2-1 \end{matrix}$$

$$y = -5(2x-4)^{-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 10(2x-4)^{-2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -20(2x-4)^{-3}(2)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-40}{(2x-4)^3}$$

الأشتقاق الضمني: نشق حسب قواعد الأشتقاق

السبعة عندما يكون شكل الدالة $y = f(x)$ ينفصلون

الأشتقاق ضمني عندما يكون شكل الدالة

$$y^2 = f(x), x \cdot y, x + y^2, \dots$$

$$\frac{dy}{dx} \text{ جد } x^2 - y^2 = 7y - x$$

$$x^2 - y^2 = 7y - x$$

$$2x - 2y \frac{dy}{dx} = 7 \frac{dy}{dx} - 1$$

$$2x + 1 = 7 \left(\frac{dy}{dx} \right) + 2y \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

$$2x + 1 = \frac{dy}{dx} (7 + 2y)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x+1}{7+2y}$$

من إذا كانت $y = \tan x$ فبرهن أن

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2y(1+y^2)$$

$$R-h-s = 2y(1+y^2)$$

$$= 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$$

$$= 2 \tan x \sec^2 x \text{ الطرف الأيمن}$$

$$y = \tan x$$

$$\frac{dy}{dx} = (\sec x)^2 \text{ ق 7}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2(\sec x)' \sec x \tan x$$

$$L-h-s = \frac{d^2y}{dx^2} = 2 \tan x \sec^2 x \text{ الطرف الأيسر}$$

$$L-h-s = R-h-s$$

$$2xy - 4y + 5 = 0, x, y \neq 0, \frac{d^2y}{dx^2} \text{ جد}$$

$$2xy - 4y = -5$$

$$y(2x-4) = -5$$

$$y = \frac{-5}{(2x-4)^1} \quad \begin{matrix} -1-1 \\ -2-1 \end{matrix}$$

$$y = -5(2x-4)^{-1}$$

$$\frac{dy}{dx} = 10(2x-4)^{-2}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -20(2x-4)^{-3} (2)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-40}{(2x-4)^3}$$

الأشتقاق الضمني: نستخرج حسب قواعد الأشتقاق

السبعة عندما يكون شكل الدالة $y = f(x)$ ينما يكون

الأشتقاق فمضي عندما يكون شكل الدالة

$$y^2 = f(x), x \cdot y, x + y^2, \dots$$

$$\frac{dy}{dx} \text{ جد } x^2 - y^2 = 7y - x \text{ اذا كان}$$

$$x^2 - y^2 = 7y - x$$

$$2x - 2y \frac{dy}{dx} = 7 \frac{dy}{dx} - 1$$

$$2x + 1 = 7 \left(\frac{dy}{dx} \right) + 2y \left(\frac{dy}{dx} \right)$$

$$2x + 1 = \frac{dy}{dx} (7 + 2y)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x+1}{7+2y}$$

من اذا كانت $y = \tan x$ فبرهن أن

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2y(1+y^2)$$

$$R-h-s = 2y(1+y^2)$$

$$= 2 \tan x (1 + \tan^2 x)$$

$$= 2 \tan x \sec^2 x \text{ الطرف الايمن}$$

$$y = \tan x$$

$$\frac{dy}{dx} = (\sec x)^2 \text{ ق 7}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 2(\sec x)' \sec x \tan x$$

$$L-h-s = \frac{d^2y}{dx^2} = 2 \tan x \sec^2 x \text{ الطرف الايسر}$$

$$L-h-s = R-h-s$$