

الفصل الثالث

التفاضل

حصة الفصل في الأبحاث الوزاري
(40-50) درمة.

قبل البدء بالفصل يحتاج إلى
أسماء الصف الخامس العلمي

- ① قواعد الاشتقاق السبعة ✓
- ② الاشتقاق الضمني
- ③ اشتقاق الدوال الدائرية

مواضيع الفصل

- ① المعدلات الزمنية.
- ② وبرهنة رول.
- ③ وبرهنة القيمة المتوسطة.
- ④ نتائج وبرهنة لقيمة متوسطة (التقريب)
- ⑤ أبحار التوابت $a, b, c \in \mathbb{R}$
- ⑥ رسم الدوال
- ⑦ التطبيقات على النهايات العظمى أو الصغرى

20

أسماء الصف الخامس العلمي
① قواعد الاشتقاق السبعة.

القاعدة الأولى: مشتقات الثابت
عدد ثابت

$$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0$$

القاعدة الثانية: مشتقات المتغير

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

القاعدة الثالثة: مشتقات ثابت * دالة

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

القاعدة الرابعة: مشتقات مجموع أو فرق دوال

$$f(x) \pm g(x) \Rightarrow f'(x) \pm g'(x)$$

القاعدة الخامسة: مشتقات حاصل ضرب دالتين

$$= \text{مشتقة (الأولى)} + (\text{الثانية}) \times \text{مشتقة (الأولى)}$$

القاعدة السادسة: مشتقة $\frac{1}{f(x)}$ (الكسور)

$$= \frac{\text{مشتقة (البسط)} - (\text{البسط}) \times \text{مشتقة (المقام)}}{(\text{المقام})^2}$$

القاعدة السابعة: مشتقات قوى متفرقة لأس

$$f(x) = (f(x))^n$$

$$f'(x) = n(f(x))^{n-1} \cdot \text{دالة الف(توس)}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} f(x) &= x^{\frac{5}{3}} \rightarrow f'(x) = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}} \\ \textcircled{7} f(x) &= x^{\frac{3}{4}} \rightarrow f'(x) = \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}} \\ f'(x) &= \frac{3}{4} x^{-\frac{1}{4}} \\ \textcircled{8} f(x) &= x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} \\ f'(x) &= -\frac{1}{2} x^{-\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{9} f(x) &= \sqrt[3]{x^2} \rightarrow f'(x) = \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} \\ f'(x) &= \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3} x^{\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{10} f(x) &= \sqrt[5]{x} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{5} x^{-\frac{4}{5}} \\ f'(x) &= \frac{1}{5} x^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{5} x^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5\sqrt[5]{x^4}} \end{aligned}$$

مجد $f'(x)$:

$$\textcircled{1} f(x) = 5 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\textcircled{2} f(x) = \sqrt{3} \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\textcircled{3} f(x) = \frac{1}{2} \rightarrow f'(x) = 0$$

$$\textcircled{4} f(x) = k \rightarrow f'(x) = 0$$

مجد $f'(x)$:

$$\textcircled{1} f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$$\textcircled{2} f(x) = x^5 \rightarrow f'(x) = 5x^4$$

$$\textcircled{3} f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$$

$$\textcircled{4} f(x) = x^{-3} \rightarrow f'(x) = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$$

$$\textcircled{5} f(x) = x^{-5} \rightarrow f'(x) = -5x^{-6} = -\frac{5}{x^6}$$

الدالة (المنحني) $y = f(x)$

رمز المشتقة الأولى $y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$

قواعد الاشتقاق

القاعدة الأولى: مشتقة الثابت ✓

$$f(x) = a, a \in \mathbb{R}$$

$$f'(x) = 0$$

القاعدة الثانية: مشتقة المتغير

$$f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

ملاحظة ①: $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} - 1 = \frac{\text{البسط} - \text{المقام}}{\text{المقام}}$

ملاحظة ②: التخلص من الجذر

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

4/ جد $f'(x)$:

① $f(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow f'(x) = 2x + 1$

② $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x - 5$
 $f'(x) = 3x^2 - 10x + 2$

③ $f(x) = 2x + \frac{2}{x} \rightarrow f'(x) = 2x + 2x^{-1}$
 $f'(x) = 2 - 2x^{-2} \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{2}{x^2}$

④ $f(x) = x + \frac{1}{x} \rightarrow f'(x) = x + x^{-1}$
 $f'(x) = 1 - 1x^{-2} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

⑤ $f(x) = 10\left(\frac{x^2}{50} + \frac{x}{9} - \frac{1}{3}\right)$
 $f(x) = \frac{1}{5}x^2 + \frac{10}{9}x - \frac{10}{3}$
 $f'(x) = \frac{2}{5}x + \frac{10}{9}$

⑪ $f(x) = 2\sqrt{x^3} \rightarrow f(x) = x^{\frac{3}{2}}$
 $f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

⑫ $f(x) = 2\sqrt{x} \rightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}}$
 $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

3/ جد $f'(x)$:

① $f(x) = 5x^3 \rightarrow f'(x) = 15x^2$

② $f(x) = 2x^2 \rightarrow f'(x) = 4x$

③ $f(x) = \frac{1}{3}x^3 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}x^2 \Rightarrow f'(x) = x^2$

④ $f(x) = \frac{2}{x} \rightarrow f(x) = 2x^{-1} \Rightarrow f'(x) = 2x^{-2}$
 $f'(x) = \frac{2}{x^2}$

⑤ $f(x) = \frac{4}{x^3} \rightarrow f(x) = 4x^{-3} \Rightarrow f'(x) = -12x^{-4}$
 $f'(x) = -\frac{12}{x^4}$

الدالة (المنحنية) $y = f(x)$

رمز المشتقة الأولى $y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$

قواعد الاشتقاق

القاعدة الأولى: مشتقة الثابت ✓

$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0, a \in \mathbb{R}$

القاعدة الثانية: مشتقة المتغير ✓

$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$

القاعدة الثالثة: مشتقة ثابت * دالة ✓

$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$

القاعدة الرابعة: مشتقة مجموع أو فرق دوال ✓

$f(x) \pm g(x) \Rightarrow f'(x) \pm g'(x)$

$$② f(x) = \frac{6}{x^2+3}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2+3)(0) - (6)(2x)}{(x^2+3)^2} = \frac{-12x}{(x^2+3)^2}$$

القاعدة السابعة: مشتقة قوس مرفوع لأدس

$$f(x) = (\text{دافل القوس})^n \Rightarrow f'(x) = n(\text{دافل القوس})^{n-1} \cdot (\text{دافل القوس})$$

من جد $f'(x)$

$$① f(x) = (x^3 - 2x^2 + 6)^5$$

$$f'(x) = 5(x^3 - 2x^2 + 6)^4 (3x^2 - 4x)$$

$$② f(x) = 4 - (x+1)^4$$

$$f'(x) = 0 - 4(x+1)^3 (1) = -4(x+1)^3$$

$$③ f(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)^4$$

$$f'(x) = 4\left(\frac{x}{x+1}\right)^3 \cdot \frac{(x+1)(1) - (x)(1)}{(x+1)^2}$$

القاعدة الخامسة: مشتقة حاصل ضرب والتبني

$$= (\text{مشتقة الأولى})(\text{الثانية}) + (\text{الثانية})(\text{مشتقة الأولى})$$

من جد $f'(x)$

$$① f(x) = (3 - 2x - x^2)(2x^3 + 7)$$

$$f'(x) = (3 - 2x - x^2)(6x^2) + (2x^3 + 7)(-2 - 2x)$$

$$② f(x) = (x^2 + x + 1)(2 - x)$$

$$f'(x) = (x^2 + x + 1)(-1) + (2 - x)(2x + 1)$$

القاعدة السادسة: مشتقة x بالمقام (الكسور)

$$= \frac{(\text{مشتقة المقام})(\text{البسط}) - (\text{مشتقة البسط})(\text{المقام})}{(\text{المقام})^2}$$

من جد $f'(x)$

$$① f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2+1)(2x) - (x^2-1)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

الدالة (المنحني) $y = f(x)$

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

رمز المشتقة الأولى

قواعد الاشتقاق

✓ القاعدة الأولى: مشتقة الثابت

$$f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0, a \in \mathbb{R}$$

✓ القاعدة الثانية: مشتقة المتغير

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$$

✓ القاعدة الثالثة: مشتقة ثابت * دالة

$$f(x) = ax^n \Rightarrow f'(x) = nax^{n-1}$$

✓ القاعدة الرابعة: مشتقة مجموع أو فرق دوال

$$f(x) \pm g(x) \Rightarrow f'(x) \pm g'(x)$$