الأساسات: خواص الجذور التكعيبية

$$1+\omega+\omega^2=0$$

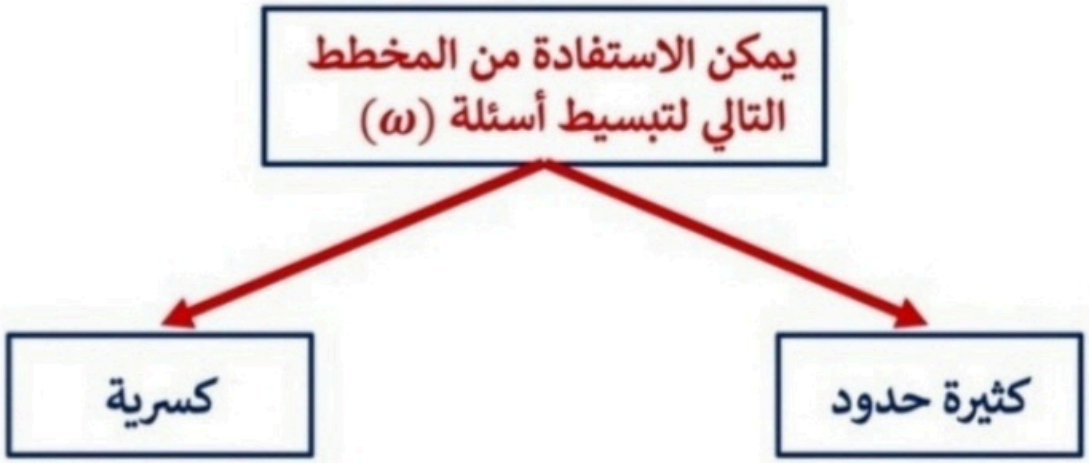
$1+\omega=-\omega^2$	$-1-\omega=\omega^2$
$1+\omega^2=-\omega$	$-1-\omega^2=\omega$
$\omega+\omega^2=-1$	$-\omega-\omega^2=1$

$$\omega^3=1$$

$$\omega-\omega^2=\mp\sqrt{3}i$$

$$\frac{1}{\omega}=\frac{\omega^3}{\omega}=\omega^2 \quad \text{و} \quad \frac{1}{\omega^2}=\frac{\omega^3}{\omega^2}=\omega$$

المخطط الهيكلي لتبسيط ω



استراتيجيات تبسيط كثيرة الحدود

أرقام متشابهة

نستخدم القانون العام

$$1 + \omega + \omega^2 = 0$$

حدين متشابهة (عامل مشترك)

$$1 + 3\omega + 3\omega^2$$
$$= 1 + 3(\omega + \omega^2)$$
$$= 1 - 3$$
$$= -2$$

أرقام مختلفة

السؤال عبارة عن ثلاث حدود مختلفة. هنا نقلل عدد الحدود وذلك عن طريق التجزئة.

$$2 + 3\omega + 4\omega^2$$
$$= 2 + 3\omega + 3\omega^2 + \omega^2$$
$$= 2 + 3(\omega + \omega^2) + \omega^2$$
$$= 2 - 3 + \omega^2$$
$$= -1 + \omega^2$$

استراتيجيات تبسيط الكسور

المقام يحتوي على ω أو ω^2 فقط

$$\frac{1}{\omega} = \frac{\omega^3}{\omega} = \omega^2$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^3}{\omega^2} = \omega$$

هنا حولنا الواحد
الى w^3 علمود
نتخلص من المقام

السؤال عبارة عن كسر $\mp$ كسر

نستخدم طريقة توحيد المقامات (المقص)

$$\frac{1}{\omega - 2} \quad \frac{1}{\omega + 2}$$

$$\rightarrow \frac{\omega + 2 + \omega - 2}{(\omega - 2)(\omega + 2)}$$

إذا كانت أرقام البسط تشابه أرقام المقام

هنا نضيف ω^3 للحد الخالي من ω في البسط

واسحب عامل مشترك علمود

اختصر

$$\frac{3\omega + 5}{5\omega^2 + 3}$$
$$\rightarrow \frac{3\omega + 5\,\omega^3}{5\omega^2 + 3}$$
$$\rightarrow \frac{\omega(3 + 5\omega^2)}{5\omega^2 + 3}$$
$$\rightarrow = \omega$$

جد قيمة $\left(\frac{1}{1+\omega}-\frac{1}{1+\omega^2}\right)^2$

$\left(\frac{1}{1+w}-\frac{1}{1+w^2}\right)^2$ **method 1**

$1+w=-w^2$

$1+w^2=-w$

$\left(\frac{1}{-w^2}-\frac{1}{-w}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{w^3}{-w^2}+\frac{w^3}{w}\right)^2$

$(-w+w^3)^2 \Rightarrow w^2-2w^3+w^4$

$w^4=w$

$w+w^2=-1$

$w^3=1$

$w^2-2(1)+w \Rightarrow (w^2+w)-2$

$-1-2 \Rightarrow -3$

$\left(\frac{1}{-w^2}-\frac{1}{-w}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{-w-(-w^2)}{(-w^2)(-w)}\right)^2$ **method 2**

$\left(\frac{-w+w^2}{w^3}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{-w+w^2}{1}\right)^2$

$(w^2-w)^2 \Rightarrow (\mp\sqrt{3}i)^2$

$w^2-w=\mp\sqrt{3}i$

$3i^2 \Rightarrow -3$

نكدر نحل

بالطريقتين

وتنينهم صحيحه

س 1999 دور (2)

اذا علمت ان $x = 2 + \sqrt{3}i, y = 2 - \sqrt{3}i$ جد قيمة المقدار $\omega^2 x^2 + \omega y^2$

$\omega^2 x^2 + \omega y^2$

$x = 2 + \sqrt{3}\,i$

$y = 2 - \sqrt{3}\,i$

$\omega^2(2+\sqrt{3}i)^2 + \omega(2-\sqrt{3}i)^2$

$\omega^2(4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + \omega(4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2)$

(-3) (-3)

$\omega^2(1 + 4\sqrt{3}i) + \omega(1 - 4\sqrt{3}i) \Rightarrow \omega^2 + 4\sqrt{3}i\omega^2 + \omega - 4\sqrt{3}i\omega$

$(\omega^2 + \omega) + 4\sqrt{3}i\omega^2 - 4\sqrt{3}i\omega \Rightarrow -1 + 4\sqrt{3}i(\omega^2 - \omega)$

$\omega^2 - \omega = \pm\sqrt{3}i$

$-1 + 4\sqrt{3}i(\mp\sqrt{3}i) \Rightarrow -1 \mp 4(3)i^2$

-1 ± 12

$b\,i$ $-1 + 12 \Rightarrow 11$

$g\,i$ $-1 - 12 \Rightarrow -13$

بهذا السؤال ما

ننسى نطلع نواتج

ثنين لان عدنا ±

جد قيمة $(-1+3\omega-\omega^2)(2+3\omega^2+2\omega)$

$(-1+3w-w^2)(2+3w^2+2w)$

$((-1-w^2)+3w)((2+2w)+3w^2) \Rightarrow ((-1-w^2)+3w)(2(1+w)+3w^2)$

عندي سالب واحد وسالب w^2 اكدر اطلع منهم قانون

$(w+3w)(2(-w^2)+3w^2) \Rightarrow (4w)(2(-w^2)+3w^2)$

$4w(w^2) \Rightarrow 4w^3 \Rightarrow 3$

جد قيمة المقدار $\frac{1}{3+5\omega+4\omega^2}+\frac{1}{3+4\omega+5\omega^2}$

$w^2=-1-w$

$1=-w-w^2$

$\frac{1}{3+5w+4(-1-w)}+\frac{1}{3+4w+5(-1-w)}$

$\frac{1}{3+5w-4-4w}+\frac{1}{3+4w-5-5w} \Rightarrow \frac{1}{-1+w}+\frac{1}{-2-w}$

$\frac{(-2-w)+(-1+w)}{(-1+w)(-2-w)} \Rightarrow \frac{-3}{2+w-2w-w^2} \Rightarrow \frac{-3}{2+(w-w^2)}$

$\frac{-3}{2+1} \Rightarrow \frac{-3}{3} \Rightarrow -1$

هنا احنه ما نكدر نسوي قانون فراح نفك w او w^2 انتو بكيفكم وتنينهم صح

جد قيمة المقدار $(2+\omega^2)^2+(2+\omega)^2$

$$(2+w^2)^2+(2+w)^2$$

$$-1=w+w^2$$

$$(4+4w^2+w^4)+(4+4w+w^2)$$

$$8+4w^2+4w+(w^2+w) \Rightarrow 8+4(w^2+w)+(w^2+w)$$

$$8+4(-1)+(-1) \Rightarrow 8-\underbrace{4-1}_{-5}$$

$$\Rightarrow 3$$

جد قيمة $\left(1-\frac{1}{\omega}+\omega\right)\left(1-\frac{1}{\omega^2}+\omega^2\right)$

$$\left(w-\frac{1}{w}+1\right)\left(w^2-\frac{1}{w^2}+1\right)$$

$$\left(w-\frac{w^3}{w}+1\right)\left(w^2-\frac{w^3}{w^2}+1\right) \Rightarrow \left((w+1)-w^2\right)\left((w^2+1)-w\right)$$

$$\left(-w^2-w^2\right)\left(-w-w\right) \Rightarrow (-2w^2)(-2w)$$

$$+4w^3 \Rightarrow 4$$

جد قيمة المقدار $\left(2\omega+\frac{3}{\omega}+2\right)^2\times\left(5+\frac{2}{\omega^2}+5\omega^2\right)^2$

$\left(2w+\frac{3}{w}+2\right)^2\left(5+\frac{2}{w^2}+5w^2\right)^2$

$w^2+1=-w$

$w+1=-w^2$

$\left(2(w+1)+\frac{3w^3}{w}\right)^2\left(5(w^2+1)+\frac{2w^3}{w^2}\right)^2$

$\left(2(-w^2)+3w^2\right)^2\left(5(-w)+2w\right)^2 \Rightarrow \left(3w^2-2w^2\right)^2(2w-5w)^2$

ناخذ عامل مشترك علمود نسوي قانون

$(w^2)^2(-3w)^2 \Rightarrow w^4(9w^2)$

$9w^6 \Rightarrow 9$

جد ناتج $\left(3\omega^{12n}+\frac{5}{\omega^8}+\frac{4}{\omega^{10}}\right)^6$

$\left(3w^{12n}+\frac{5}{w^8}+\frac{4}{w^{10}}\right)^6$

$\left(3(w^3)^{4n}+\frac{5w^3}{w^8}+\frac{4w^{12}}{w^{10}}\right)^6 \Rightarrow \left(3+5w+4w^2\right)^6$

$\left(3+5w+4(-w-1)\right)^6 \Rightarrow (3+5w-4w-4)^6$

هنا لمن نوصل لهاي الخطوة لازم افتح قوسين $[(w-1)^2]^3$

$(-1+w)^6 \Rightarrow \left[(-1+w)^2\right]^3$

$\left[1-2w+w^2\right]^3 \Rightarrow \left[1-2w+(-w)\right]^3$

$(-3w)^3 \Rightarrow -27w^3$

$\Rightarrow -27$

اثبت ان $\left(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1-i}\right)^{100}=\frac{-1}{8}\left(1-\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega}\right)^3$

$\left(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1-i}\right)^{100}=\frac{-1}{8}\left(1-\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega}\right)^3$

LHS

$\left(\frac{1}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}-\frac{1}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}\right)^{100}$

$\left(\frac{1-i}{2}-\frac{1+i}{2}\right)^{100}\Rightarrow\left(\frac{1-i-1-i}{2}\right)^{100}$

$\left(\frac{-2i}{2}\right)^{100}\Rightarrow(-i)^{100}$

$i^{100}\Rightarrow(i^4)^{25}\Rightarrow 1$

RHS

$\frac{-1}{8}\left(1-\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega}\right)^3$

$\frac{-1}{8}\left(1-\frac{\omega^3}{\omega^2}+\frac{\omega^3}{\omega}\right)^3\Rightarrow\frac{-1}{8}(1-\omega+\omega^2)^3$

$\frac{-1}{8}((1+\omega^2)-\omega)^3\Rightarrow\frac{-1}{8}(-\omega-\omega)^3$ هنا ننتبه للأس

$\frac{-1}{8}(-2\omega)^3\Rightarrow\frac{+1}{8}(8\omega^3)\Rightarrow 1$

LHS = RHS

ع.ط.ع.

اذا عندي أس زوجي فدائما ينطيني موجب

اذا عندي أس فردي فالاشارة تبقى نفسها

اثبت ان $\left[\frac{7+5\omega^2}{7\omega+5}-\frac{3-2\omega}{2\omega^2-2}\right]^4=9$ 3 نقط

$\left[\frac{7+5w^2}{7w+5}-\frac{3-2w}{2w^2-2}\right]^4=9$

3

L.H.S

خطأ مطبعي

شباب هنا اكو خطأ مطبعي بالملزمة فصححته الكم

$\left[\frac{7+5w^2}{7w+5}-\frac{3-2w}{3w^2-2}\right]^4 \Rightarrow \left[\frac{7w^3+5w^2}{7w+5}-\frac{3w^3-2w}{3w^2-2}\right]^4$

$\left[\frac{w^2(7w+5)}{7w+5}-\frac{w(3w^2-2)}{3w^2-2}\right]^4 \Rightarrow (w^2-w)^4$

method 1

$\left[(w^2-w)^2\right]^2 \Rightarrow \left[w^4-2w^3+w^2\right]^2$

$(w-2+w^2)^2 \Rightarrow ((w+w)-2)^2$

$(-1-2)^2 \Rightarrow (-3)^2$

$\Rightarrow 9$

method 2

$(w^2-w)^4 \Rightarrow (\pm\sqrt{3}\,i)^4$

$+9i^4 \Rightarrow 9$

هنا نكدر نحل بطريقة الاقواس او بالطريقة الثانية ثنيهم صح

هل ان $\left(\frac{1}{2+\omega}-\frac{1}{2+\omega^2}\right)=\frac{-1}{6}$

$\left(\frac{1}{2+w}-\frac{1}{2+w^2}\right)=\frac{-1}{6}$

L.H.S

$\frac{(2+w^2)-(2+w)}{(2+w)(2+w^2)} \Rightarrow \frac{2+w^2-2-w}{4+2w^2+2w+w^3}$

$w^3 = 1$

$\frac{w^2-w}{4+1+2(w^2+w)} \Rightarrow \frac{\mp\sqrt{3}\,i}{5+2(-1)}$

$\frac{\mp\sqrt{3}\,i}{6-2} \Rightarrow \frac{\mp\sqrt{3}\,i}{+3}$

$3=(\sqrt{3}.\sqrt{3})$

$\Rightarrow \frac{\mp i}{\sqrt{3}} \neq \frac{-1}{6}$

RHS $\neq$ LHS

هنا لو نلاحظ انو الطرفين غير متساوين

اذا يكلي اثبت ان برهن ان بين ان فلازم لازم يطلع متساوين

بس اذا يكلي هل ان فاحتمال متساوين واحتمال غير متساوين فننتبه زين بالسؤال

جد الجذر التربيعي للعدد

$$\frac{1+i\omega+i\omega^2}{1-i\omega-i\omega^2}$$

$$\frac{1+i+i^2}{1-i-i^2} \Rightarrow \frac{1+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}$$

$$\frac{1+i(-1)}{1-i(-1)} \Rightarrow \frac{1-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}$$

$$\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} \Rightarrow \frac{-2i}{1+1} \Rightarrow \frac{-2i}{2}$$

$$\Rightarrow -i$$

$$x+yi = \sqrt{0-i}$$

$$x^2+2xyi-y^2 = 0-i$$

$$x^2-y^2 = 0$$

$$2xy = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{2x}$$

$$x^2-\left(\frac{-1}{2x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2-\frac{1}{4x^2} = 0 \quad]\times 4x^2$$

$$(4x^4-1) = 0 \Rightarrow (2x^2-1)(2x^2+1) = 0$$

مرفوض

$$2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{-1}{2\left(\pm\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$

$$y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

$$c_2 = \frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

$$\frac{7+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$$

$$\frac{7+i+i^2}{1-i-i^2} \Rightarrow \frac{7+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}$$

$$\frac{7+i(-1)}{1-i(-1)} \Rightarrow \frac{7-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}$$

$$\frac{7-7i-i+\overbrace{i^2}^{-1}}{1+1} \Rightarrow \frac{6-8i}{2} \Rightarrow \frac{6}{2} - \frac{8}{2}i$$

$$\Rightarrow 3-4i$$

$$x+yi = \sqrt{3-4i}$$

$$x^2+2xyi-y^2 = 3-4i$$

$$x^2-y^2 = 3$$

$$2xy = -4 \Rightarrow y = \frac{-2}{x}$$

$$x^2-\left(\frac{-2}{x}\right)^2 = 3 \Rightarrow x^2-\frac{4}{x^2} = 3 \quad]\times x^2$$

$$x^4-3x^2-4 = 0 \Rightarrow (x^2-4)(x^2+1) = 0$$

مرفوض

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$y = \frac{-2}{\pm 2} \Rightarrow y = \mp 1$$

$$c_1 = 2-i$$

$$c_2 = -2+i$$

$(4+2\omega^{20}+4\omega^{19})^3 = -8$ اثبت ان

$(4+2\omega^{20}+4\omega^{19})^3 = -8$

LHS

$(4+2\omega^2+4\omega)^3 \Rightarrow (4(1+\omega)+2\omega^2)^3$

$\omega^{20} = \omega^2$

$\omega^{19} = \omega$

$(4(-\omega^2)+2\omega^2)^3 \Rightarrow (-4\omega^2+2\omega^2)^3$

$(-2\omega^2)^3 \Rightarrow -8\omega^6$

$\Rightarrow -8$ LHS = RHS ع.ه.و

$\sqrt{\omega^7+\omega^8} = i$ اثبت ان

$\sqrt{\omega^7+\omega^8} = i$

$\sqrt{\omega+\omega^2} \Rightarrow \sqrt{-1}$

$\omega^7 = \omega$

$\omega^8 = \omega^2$

$\sqrt{-1} = i$

$\sqrt{-1} = i$

L.H.S = R.H.S ع.ه.و

جد قيمة المقدار $(1+3\omega+\omega^2)^6$

$(1+3\omega+\omega^2)^6$

$((1+\omega^2)+3\omega)^6 \Rightarrow (-\omega+3\omega)^6$ $\quad 1+\omega^2=-\omega$

$(2\omega)^6 \Rightarrow 64\omega^6$

$\Rightarrow 64$

اثبت ان $\left(5-\frac{5}{\omega^2+1}+\frac{3}{\omega^2}\right)^6 = 64$

$\left(5-\frac{5}{\omega^2+1}+\frac{3}{\omega^2}\right)^6 = 64$

L.H.S $\quad \omega^2+1=-\omega$

$\left(5\ominus\frac{5\omega^3}{\ominus\omega}+\frac{3\omega^3}{\omega^2}\right)^6 \Rightarrow (5+5\omega^2+3\omega)^6$

هنا باول خطوة من كلنا المقام يساوي -w فالسالب مال كسر والسالب مال مقام راح ينضربون

$(5(1+\omega^2)+3\omega)^6 \Rightarrow (5(-\omega)+3\omega)^6$

$(3\omega-5\omega)^6 \Rightarrow (-2\omega)^6$

$64\omega^6 \Rightarrow 64$

L.H.S = R.H.S م.ط.و

اثبت ان $(1-\frac{2}{\omega^2}+\omega^2)(1+\omega-\frac{5}{\omega})=18$ نلط

$(1-\frac{2}{\omega^2}+\omega^2)(1+\omega-\frac{5}{\omega})=18$

خطأ مطبعي

شباب هنا اكو خطأ مطبعي بالملزمة فصححته الكم

LHS

$(1+\omega^2)-\frac{2\omega^3}{\omega^2})((1+\omega)-\frac{5\omega^3}{\omega})$

$(-\omega-2\omega^2)(-\omega^2-5\omega^2) \Rightarrow (-3\omega)(-6\omega^2)$

$+18\omega^3 \Rightarrow 18$ LHS = RHS

جد قيمة $(2+3\omega^2+\omega)^2$

$(2+3\omega^2+\omega)^2$

هنا ما اكدر اسوي قانون فراح نفك ω^2 او ω

$(2+3\omega^2-1-\omega^2)^2 \Rightarrow (1+2\omega^2)^2$

$1+4\omega^2+4\omega^4 \Rightarrow 1+4\omega^2+4\omega$

$1+4(\omega^2+\omega) \Rightarrow 1+4(-1)$

$1-4 \Rightarrow -3$

جد قيمة $(3-2\omega)^2+(3-2\omega^2)^2$

$(3-2\omega)^2+(3-2\omega^2)^2$

$9-12\omega+4\omega^2+9-12\omega^2+4\omega^4$

$+4\omega$

$18-12(\omega+\omega^2)+4(\omega^2+\omega) \Rightarrow 18-12(-1)+4(-1)$

$18+12-4 \Rightarrow 26$

برهن ان $\left(\frac{5}{3-\omega}-\frac{5}{3-\omega^2}\right)^2=\frac{-75}{169}$

$\left(\frac{5}{3-\omega}-\frac{5}{3-\omega^2}\right)^2=\frac{-75}{169}$

L.H.S

$\left[\frac{5(3-\omega^2)-5(3-\omega)}{(3-\omega)(3-\omega^2)}\right]^2 \Rightarrow \left[\frac{\cancel{15}-5\omega^2-\cancel{15}+5\omega}{9-3\omega^2-3\omega+\omega^3}\right]^2$

$\left[\frac{5(-\omega^2+\omega)}{10-3(\omega^2+\omega)}\right]^2 \Rightarrow \left[\frac{5(\mp\sqrt{3}i)}{10-3(-1)}\right]^2$

$\left[\frac{\mp5\sqrt{3}i}{10+3}\right]^2 \Rightarrow \left[\frac{\mp5\sqrt{3}i}{13}\right]^2$

$\frac{+25(3)i^2}{169} \Rightarrow \frac{-75}{169}$

LHS = RHS QED

هنا لازم ننتبه للتربيع مال بسط لان عندي ± وعندي جذر وعندي i

اذا كانت $X^2 + X + 1 = 0$ فجد قيمة $X^{50} + X^{100}$

هنا لازم نطلع قيمة الجذور مال معادلة يلا نكدر نجد قيمة العدد

$x^2 + x + 1 = 0$

$a = 1$

$b = 1$

$c = 1$

$$\frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x$$

$$x = \frac{-1 \mp \sqrt{1 - 4(1)(1)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{-1 \mp \sqrt{1-4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \mp \sqrt{-3}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 \mp \sqrt{3}\,i}{2}$$

either $x = w$

or $x = w^2$

when $x = w$

$x^{50} + x^{100} \Rightarrow w^{50} + w^{100}$

$w^{99} = 1$

$w^2 \cdot w^{48} + w^1 \cdot w^{99}$ $\quad w^{48} = 1$

$w^2 + w \Rightarrow -1$

when $x = w^2$

$x^{50} + x^{100} \Rightarrow w^{100} + w^{200}$

$w^{99} = 1$

$w^1 \cdot w^{99} + w^2 \cdot w^{198}$ $\quad w^{198} = 1$

$w + w^2 = -1$

ورة ما اطلع قيمة الجذور لازم نعوضهم ثنيهم

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(3w^2+\frac{1}{w^2})(3w+\frac{1}{w})$

بتكوين المعادلة يفضل نرتب الجذور مالتنا قبل ما نضربهم ونجمعهم

$m = 3w^2+\frac{w^3}{w^2} \Rightarrow m = 3w^2+w$

$L = 3w+\frac{w^3}{w} \Rightarrow L = 3w+w^2$

$m+L \Rightarrow 3w^2+w+3w+w^2 \Rightarrow 3(w^2+w)+(w^2+w)$

$\Rightarrow 3(-1)+(-1) \Rightarrow -3-1 \Rightarrow -4$

$m\cdot L = (3w^2+w)(3w+w^2) \Rightarrow 9w^3+3w^2+3w^4+w^3$

$\Rightarrow 9+1+3(w^2+w) \Rightarrow 9+10-3 \Rightarrow 7$

$x^2-(m+L)x+(m\cdot L)=0 \Rightarrow x^2+4x+7=0$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$(2-3i^\circ w)\,c\,(2-3i^\circ w^2)$

$m = 2-3i^\circ w \qquad L = 2-3i^\circ w^2$

$m+L = 2-3i^\circ w+2-3i^\circ w^2 \Rightarrow 4-3i^\circ(w^2+w)$

$\Rightarrow 4-3i^\circ(-1) \Rightarrow 4+3i^\circ$

$m\cdot L = (2-3i^\circ w)(2-3i^\circ w^2) \Rightarrow 4-6i^\circ w^2-6i^\circ w+9i^2w^3$

$\Rightarrow 4-9-6i^\circ(w^2+w) \Rightarrow 4-9-6i^\circ(-1) \Rightarrow -5+6i^\circ$

$x^2-(m+L)x+(m\cdot L)=0 \Rightarrow x^2-(4+3i^\circ)x+(-5+6i^\circ)=0$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$\left(\frac{w^2}{1+2w^2}\right) , \left(\frac{w}{1+2w}\right)$

$m+L = \frac{w^2}{1+2w^2} + \frac{w}{1+2w} \Rightarrow \frac{w^2(1+2w) + w(1+2w^2)}{(1+2w^2)(1+2w)}$

$\Rightarrow \frac{w^2+2w^3+w+2w^3}{1+2w+2w^2+4w^3} \Rightarrow \frac{2+2+(w^2+w)}{1+2+2(w+w^2)} \Rightarrow \frac{4-1}{5+2(-1)} \Rightarrow \frac{3}{3} \Rightarrow 1$

$m \cdot L = \frac{w^2}{1+2w^2} \cdot \frac{w}{1+2w} \Rightarrow \frac{w^3}{1+2w+2w^2+4w^3} \Rightarrow \frac{1}{1+4+2(w+w^2)}$

$\Rightarrow \frac{1}{5-2} \Rightarrow \frac{1}{3}$

$x^2 - (m+L)x + m \cdot L = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$\left(\frac{1}{w}\right) , \left(\frac{1+3w}{w^2+3}\right)$

$m = \frac{w^3}{w} \Rightarrow w^2$

$L = \frac{1+3w}{w^2+3} \Rightarrow \frac{w^3+3w}{w^2+3} \Rightarrow \frac{w(w^2+3)}{w^2+3} \Rightarrow w$

$m+L \Rightarrow w^2+w \Rightarrow -1$

$m \cdot L = w^2 \cdot w \Rightarrow w^3 = +1$

$x^2 - (m+L)x + m \cdot L = 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0$