

* نتيجة مبرهنة ديفواخر *

سأنتي نستخدم قانون نتيجة مبرهنة ديفواخر؟

- (1) إذا كان السؤال من كسر مثل $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n})$
- (2) إذا طلب في السؤال جذور التربيعية - التكعيبة - الجذور الاربعة - الخمسة ...
- (3) بالسؤال يطلب حل المعادلة بأحد ام نتيجة مبرهنة ديفواخر

* قانون نتيجة مبرهنة ديفواخر *

$$Z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right]$$

r : المقياس

$k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$

θ : القيمة الاساسية للعدد

n : عدد الجذور المطلوبة في السؤال

ملاحظة / في نتيجة مبرهنة ديفواخر عندما يطلب في السؤال جذر مجموعة

الحل للمعادلة او جذر مجموعة حل المعادلة لا ننسى في نهاية الحل

كتابة مجموعة الحل $S = \{$

جد الجذور التربيعية للعدد المركب $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ باستخدام مبرهنة دي موافر



$$z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad z = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\arg(z) = 2\pi - \frac{\pi}{3} = 5\frac{\pi}{3} \quad \text{الربع الرابع}$$

$$z = \left(\cos 5\frac{\pi}{3} + i \sin 5\frac{\pi}{3}\right) \quad \text{بالجذر التربيعي}$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \left(\cos 5\frac{\pi}{3} + i \sin 5\frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$z^{\frac{1}{2}} = \left[\cos \frac{5\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{2} + i \sin \frac{5\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{2}\right]$$

$$k = 0, 1$$

$$\text{when } k = 0 \rightarrow z_1 = \cos 5\frac{\pi}{6} + i \sin 5\frac{\pi}{6}$$

$$5(30^\circ) = 150^\circ \quad \text{الربع الثاني}$$

$$z_1 = -\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$$

$$z_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$\text{when } k = 1 \rightarrow z_2 = \cos 11\frac{\pi}{6} + i \sin 11\frac{\pi}{6}$$

$$11(30^\circ) = 330^\circ \quad \text{الربع الرابع}$$

$$z_2 = \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

ملاحظة: عندما يطلب في السؤال الجذور
المجنون و يقول باستخدام مبرهنة دي موافر

نستخدم النتيجة لان طلب جذور

ملاحظة: عندما يأتي في السؤال ربط برهنة مع نتيجة أي عندما يكون السؤال محسب بالشكل عدد تخيل من 1 فنحل السؤال برهنة أولاً ثم نتيجة وحل البرهنة يتوقف عند الوصول الى المبرنة القطبية ثم نحل الحل بقانون النتيجة .

السؤال 2

جد الصيغة القطبية للجذور التكعيبية للعدد المركب $(\sqrt{3} + i)^2$



$$Z = \sqrt{3} + i \Rightarrow Z = \begin{pmatrix} x & y \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$r = \|z\| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{6} \rightarrow \arg(Z) = \frac{\pi}{6}$$

$$Z^2 = 2^2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^2$$

$$Z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$Z^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$Z = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{3} \right)$$

$$K = 0 \rightarrow Z_1 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9} \right)$$

$$K = 1 \rightarrow Z_2 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{7\pi}{9} + i \sin \frac{7\pi}{9} \right)$$

$$K = 2 \rightarrow Z_3 = \sqrt[3]{4} \left(\cos \frac{13\pi}{9} + i \sin \frac{13\pi}{9} \right)$$

ملاحظة : عندما يطلب في السؤال حل المعادلة باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر ولا يعطي عدد الجذور المطلوبة في هذه الحالة نعرف عدد الجذور من أس ال Z في السؤال

السؤال 3

حل المعادلة باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر $\frac{2Z^3}{i} + 16 = 0$



$$\left[\frac{2Z^3}{i} + 16 = 0 \right] \cdot i$$

$$2Z^3 + 16i = 0 \mid \div 2 \Rightarrow Z^3 + 8i = 0$$

$$Z^3 = -8i$$

$$Z^3 = 8 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right)$$

$$Z = 2 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$Z = 2 \left[\cos \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi k}{3} + i \sin \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi k}{3} \right]$$

$$k = 0$$

$$Z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) = 2(0 + i) = 2i$$

$$k = 1$$

$$Z_2 = 2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$$

$$= 2 \left(-\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= 2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \Rightarrow Z_2 = -\sqrt{3} - i$$

$$k = 2$$

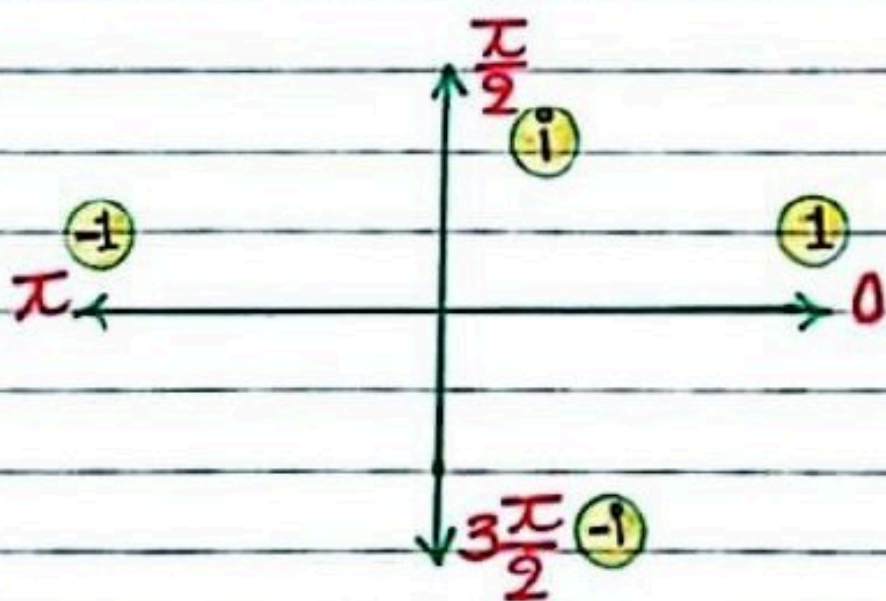
$$Z_3 = 2 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right)$$

$$= 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right) \Rightarrow Z_3 = \sqrt{3} - i$$

$$S = \{2i, -\sqrt{3} - i, \sqrt{3} - i\}$$

* إذا جاء في السؤال عدد مركب معطون من جزئ واحد
أما حقيقي أو تخيلي ولطلب في السؤال جذ الجذور أو
حل باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر نستطيع بخطوة واحدة
كتابة المرفعة القطبية باستخدام الخط الذي:



مثال: أكتب المرفعة القطبية للأعداد التالية:

$$1) 125 = 125(1) = 125(\cos 0 + i \sin 0)$$

$$2) -64 = 64(-1) = 64(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$3) 27i = 27(i) = 27(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$$

$$4) -16i = 16(-i) = 16(\cos 3\frac{\pi}{2} + i \sin 3\frac{\pi}{2})$$