



الفصل الأول

المحاضرة (2)

م/ قوی ا

حفظ

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

الوحدة التخيلية $i = \sqrt{-1}$

ملاحظات

* كل i مرفوعة الى أس (4) او مضاعفات العدد (4) يكون الناتج (1).

* اذا كان الأس زوجي

يكون الناتج (1) او (-1).

مضاعفات العدد (4)

$$(4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, \dots)$$

* اذا كان الأس فردي

يكون الناتج (i) او $(-i)$.

لأيجاد i مرفوعة الى أس اكبر من العدد (4)

نطبق القاعدة الآتية:

$$i^{4(n)+r} = i^r$$

(n) ناتج القسمة على 4.

(r) باقي القسمة. $r = 0, 1, 2, 3$

أفئلة

الأس فردي

$$i^5 = i^{4(1)+1} = i^1 = i$$

من مضاعفات العدد 4

$$i^8 = i^{4(2)} = i^0 = 1$$

الأس زوجي

$$i^{16} = i^{4(4)} = i^0 = 1$$

الأس اكبر من العدد 4

$$i^{56} = i^{4(14)} = i^0 = 1$$

م / قوى ٠

ملاحظة

في حال إذا كان الأس مكون من أكثر من مرتبتين فأننا نأخذ فقط أول مرتبتين من **الأحاد والعشرات** ونكمل حسب القاعدة

$${}^0_{|}123 = {}^0_{|}23 = {}^0_{|}23 = {}^0_{|}4(5) \cdot {}^0_{|}3 = {}^0_{|}3 = -1$$

$${}^0_{|}9899 = {}^0_{|}99 = {}^0_{|}99 = {}^0_{|}4(24) \cdot {}^0_{|}3 = {}^0_{|}3 = -1$$

في حال إذا كان الأس **عدد سالب** نطبق القاعدة الآتية:

$${}^{0-q}_{|} = \frac{1}{{}^0_{|}q} = \frac{{}^0_{|}}{{}^0_{|}q} \leftarrow \begin{array}{l} \text{أس من مضاعفات العدد (4)} \\ \text{أكبر من أس المقام} \end{array}$$

$${}^{0-5}_{|} = \frac{1}{{}^0_{|}5} = \frac{{}^0_{|}8}{{}^0_{|}5} = {}^0_{|}3 = -1$$

عند القسمة تطرح الأسس

أس من مضاعفات العدد (4) أكبر من أس المقام

الأس عدد صحيح سالب

$${}^{0-8}_{|} = 1 \quad \text{لأنه من مضاعفات العدد (4)}$$

$${}^{0-13}_{|} = \frac{1}{{}^0_{|}13} = \frac{{}^0_{|}16}{{}^0_{|}13} = {}^0_{|}3 = -1$$

$${}^{0-15}_{|} = \frac{1}{{}^0_{|}15} = \frac{{}^0_{|}16}{{}^0_{|}15} = {}^0_{|}1 = 1$$

م/ قوى أ

إذا كان الأس يحتوي على n

نجد قيمة i^n بقسمة الأس n على 4 وإيجاد باقي القسمة.

$$i^{8n} = (i^4)^{2n} = (1)^{2n} = 1$$

إذا كان الأس يتكون من حدين

1- نجزء الحدين على i مع مراعاة الإشارات.

2- نجد قيمة i^n بقسمة الأس n على 4 وإيجاد باقي القسمة.

$$i^{4n+1} = i^{4n} \cdot i^1 = (i^4)^n \cdot i^1 = 1 \cdot i = i$$

$$\begin{aligned} i^{8n-1} &= i^{8n} \cdot i^{-1} \\ &= (i^4)^{2n} \cdot \frac{1}{i^1} \\ &= (1)^{2n} \cdot \frac{i^1}{i^1} \\ &= 1 \cdot i^1 \\ &= i \end{aligned}$$

الأس سالب



قبل تطبيق قاعدة قوى i
تأكد من إشارة الأس

م / العدد المركب

* العدد المركب $C = a + b^{\circ}i$ يتكون من جزئين :

a : الجزء الحقيقي (بدون i)

b : الجزء التخيلي (مضروب بـ i)

* تسمى الصيغة $C = a + b^{\circ}i$ بـ الصيغة العادية (الجبرية) .

* تسمى الصيغة $C = (a, b)$ بـ الصيغة الديكارتية .

العمليات الحسابية في مجموعة الأعداد المركبة

1- عملية الجمع

نجمع الحقيقي مع الحقيقي، والتخيلي مع التخيلي وبحسب الإشارة بينهم .

ملاحظات

* لا يجوز جمع العدد الحقيقي مع العدد التخيلي .

* إذا كانت الاشارات متشابهة تنزل ونجمع .

* إذا كانت الاشارات مختلفة نطرح ونأخذ إشارة العدد الأكبر .

$$\underbrace{(1 + 2^{\circ}i)}_{\text{حقيقي}} + \underbrace{(3 + 4^{\circ}i)}_{\text{تخيلي}} = 4 + 6^{\circ}i$$

$$\underbrace{(2 + 3\sqrt{5}^{\circ}i)}_{\text{حقيقي}} + \underbrace{(-5 - 2\sqrt{5}^{\circ}i)}_{\text{تخيلي}} = -3 + \sqrt{5}^{\circ}i$$

2- عملية الطرح :

عند الطرح يتم توزيع الأشارة السالبة على القوس ثم نجري عملية الطرح او الجمع حسب الأشارة .

$$\begin{aligned} & (7-13i) - (9+4i) \\ &= \underline{7} - \underline{13i} - \underline{9} - \underline{4i} \\ &= -2 - 17i \end{aligned}$$

3- عملية الضرب

نستخدم خاصية التوزيع ونضع بدل كل $i^2 = -1$

$$\begin{aligned} & (3+2i)(2+i) \\ &= 6 + 3i + 4i + 2i^2 \\ &= 6 + 7i - 2 \\ &= 4 + 7i \end{aligned}$$

«مربع حداينة»

$$(a \pm b)^2 = (الاول)^2 \pm 2(الاول)(الثاني) + (الثاني)^2$$

$$\begin{aligned} & (-1+3i)^2 \\ &= 1 - 6i + 9i^2 \\ &= \underline{1} - \underline{6i} - \underline{9} \\ &= -8 - 6i \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = \cancel{1} + 2i - \cancel{1} = 2i \\ & (1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = \cancel{1} - 2i - \cancel{1} = -2i \end{aligned}$$

المحاضرة (4)

4- قسمة الأعداد المركبة

دائماً نتخلص من i بالمقام نضرب الكسر في مرافق المقام

(مرافق المقام هو نفس العدد المركب بعكس إشارة الجزء التخيلي)

مثلاً $c = a + bi$ مرافقه هو $\bar{c} = a - bi$

$$\frac{1+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$$

$$= \frac{1+i+i+i^2}{1+1}$$

$$= \frac{1+2i-1}{2}$$

$$= \frac{0}{2} + \frac{2i}{2}$$

$$= 0 + i$$

عند ضرب العدد المركب في مرافقه
نستخدم القانون السوم

$$= (\text{معامل } i)^2 + (\text{الحقيقي})^2$$

النظير الضربي

هو مقلوب العدد

إذا كان $c = a + bi$ فإن نظيره الضربي $\frac{1}{c} = \frac{1}{a + bi}$

مثال

جد النظير الضربي للعدد $c = 2 - 2i$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{2-2i} \cdot \frac{2+2i}{2+2i}$$

i بالمقام $\therefore$ نضرب الكسر
بمرافق المقام

$$= \frac{2+2i}{4+4} = \frac{2+2i}{8}$$

$$= \frac{2}{8} + \frac{2i}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$$

المحاضرة (5)

م / الأقواس في الأعداد المركبة $()^n$

1- إذا كان القوس مرفوع إلى **أس زوجي** وأكبر من 2

طريقة الحل

نرفع القوس إلى قوتين

القوة الأولى : يجب أن تكون تربيع

القوة الثانية : نقسم الأس الأصلي على 2

$$(1+i)^{10}$$

$$= [(1+i)^2]^5$$

$$= (2i)^5 = (2)^5 i^5$$

$$= 32i$$

$$= 0 + 32i$$

2- إذا كان القوس مرفوع إلى **أس فردي** نجزئه إلى حاصل ضرب قوسين

$$\frac{(1-i)^{13}}{64} = \frac{(1-i)^{12} \cdot (1-i)}{64}$$

خطوات الحل

$$= \frac{[(1-i)^2]^6 (1-i)}{64}$$

$$= \frac{(-2i)^6 (1-i)}{64}$$

$$= \frac{64 i^6 (1-i)}{64}$$

$$= i^6 (1-i)$$

$$= -1(1-i)$$

$$= -1+i$$

القوس الأول : يكون أسه زوجي (أقل بـ 1 من الأس الأصلي $n-1$)

القوس الثاني : يكون أسه واحد 1

المحاضرة (5)

إذا كان لدينا في السؤال قوسين والأسس مختلفة

خطوات الحل

1- نوحّد الأسس

2- ندمج لقوة واحدة ونكمل الحل

$$\frac{(1+i)^{20}}{(1-i)^{18}}$$

$$= \frac{(1+i)^{18} \cdot (1+i)^2}{(1-i)^{18}}$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{18} \cdot (1+i)^2$$

$$= \left(\frac{1+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} \right)^{18} \cdot (1+i)^2$$

$$= \left(\frac{1+i+i^2+i^2}{1+i} \right)^{18} \cdot (1+i)^2$$

$$= \left(\frac{2i}{2} \right)^{18} \cdot 2i$$

$$= (i)^{18} \cdot 2i$$

$$i^{18} = i^{4(4)} \cdot i^2 = -1$$

$$= -1(2i)$$

$$= -2i$$

المحاضرة (6)

م/ اسئلة أثبت أن (كسور)

خطوات الحل

- 1- اذا كان على القوس أس ، نفل الأس أولاً .
- 2- اذا كان يوجد في المقام عدد مركب نوجد المقام (طريقة توحيد المقامات) او (طريقة الضرب بالمرافق المقام) .
- 3- نبسط المقدار باجراء عمليات الضرب ثم الجمع او الطرح .
- 4- نجمع الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي .
- 5- نرتب الناتج بالصيغة العادية $a+bi$.
- 6- نكرر التبسيط حتى نصل الى الطرف المطلوب إثباته .

مثال

$$\frac{1}{(1+2i)^2} + \frac{1}{(1-2i)^2} = \frac{-6}{25}$$

مربع حدين مربع حدين

طريقة توحيد مقامات

$$\begin{aligned} L-h-S &= \frac{1}{1+4i+4i^2} + \frac{1}{1-4i+4i^2} \\ &= \frac{1}{1+4i-4} + \frac{1}{1-4i-4} \\ &= \frac{1}{(-3+4i)} + \frac{1}{(-3-4i)} \\ &= \frac{(-3-4i)+(-3+4i)}{(-3+4i)(-3-4i)} \\ &= \frac{-6}{9+16} \quad \text{مترافقان} \\ &= \frac{-6}{25} = R-h-S \end{aligned}$$

طريقة الضرب بالمرافق المقام

$$\begin{aligned} L-h-S &= \frac{1}{1+4i+4i^2} + \frac{1}{1-4i+4i^2} \\ &= \frac{1}{1+4i-4} + \frac{1}{1-4i-4} \\ &= \frac{1}{-3+4i} + \frac{1}{-3-4i} \\ &= \frac{1}{-3+4i} \cdot \frac{-3-4i}{-3-4i} + \frac{1}{-3-4i} \cdot \frac{-3+4i}{-3+4i} \\ &= \frac{-3-4i}{9+16} + \frac{-3+4i}{9+16} \\ &= \frac{-3-4i-3+4i}{25} = \frac{-6}{25} = R-h-S \end{aligned}$$