

خواص الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

① $\omega = 1$ وكل ω مرفوعة لأش من

ضلعفات العدد 3 الناتج يباوي واحد

توضيح للملاحظة:

$$\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$$

$$= \frac{(-1 + \sqrt{3}i)^3}{2^3} = \frac{(-1 + \sqrt{3}i)^2(-1 + \sqrt{3}i)}{8}$$

$$= \frac{(1 - 2\sqrt{3}i - 3)(-1 + \sqrt{3}i)}{8}$$

$$= \frac{(-2 - 2\sqrt{3}i)(-1 + \sqrt{3}i)}{8} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}i + 2\sqrt{3}i + 6}{8}$$

$$= \frac{8}{8} = 1$$

$$\omega = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$\omega = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$\omega = \left(\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$S = \left\{1, \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}i, \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}i\right\}$$

$$S = \{1, \omega, \omega^2\}$$

$$S = \{1, \omega^2, \omega\}$$

موضوع: الجذور التكعيبية للواحد

الصحيح «الأوفيقا»

نفرض أن Z هو أحد الجذور

التكعيبة للواحد الصحيح:

$$Z^3 = 1$$

$$Z^3 - 1 = 0$$

$$(Z-1)(Z^2 + Z + 1) = 0$$

$$\text{أو } Z-1=0 \Rightarrow Z=1$$

$$\text{أو } Z^2 + Z + 1 = 0 \quad \text{a=1, b=1, c=1}$$

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\omega^{-4} = \frac{1}{\omega^4} = \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^3}{\omega} = \omega^2$$

$$\omega^{-8} = \frac{1}{\omega^8} = \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^3}{\omega^2} = \omega$$

$$\omega^{-11} = \frac{1}{\omega^{11}} = \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^3}{\omega^2} = \omega$$

$$\omega^{-58} = \frac{1}{\omega^{58}} = \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^3}{\omega} = \omega^2$$

$$\omega^{-325} = \frac{1}{\omega^{325}} = \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^3}{\omega} = \omega^2$$

$$\omega^{91+5} = \omega^{96} = \omega^5 = (1)(\omega^2) = \omega^2$$

$$\omega^{12n+4} = \omega^{4} = (1)(\omega) = \omega$$

$$\omega^{125} = \omega^2 \quad 125 \div 3 = 41 \text{ @}$$

$$\omega^{346} = \omega \quad 346 \div 3 = 115 \text{ @}$$

$$\omega^n = \frac{1}{\omega^n} \text{ ويعامل معاملة الأُس الموجب}$$

$$\frac{1}{\omega} = \frac{\omega^3}{\omega^4} = (\omega^2)$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^3}{\omega^5} = (\omega)$$

$$\omega^{-4} = \frac{1}{\omega^4} = \frac{1}{\omega} = \frac{\omega^3}{\omega} = \omega^2$$

$$\omega^{-5} = \frac{1}{\omega^5} = \frac{1}{\omega^2} = \frac{\omega^3}{\omega^2} = \omega$$

$$\omega^{-6} = 1$$

$$\textcircled{1} \quad \omega \quad \omega^2$$

$$\omega^3 = 1$$

$$\omega^4 = \omega$$

$$\omega^5 = \omega^2$$

$$\omega^6 = 1$$

$$\omega^7 = \omega$$

$$\omega^8 = \omega^2$$

$$\omega^9 = 1$$

$$\omega^{10} = \omega$$

$$\omega^{11} = \omega^2$$

$$\omega^{12} = 1$$

$$\omega^{64} = \omega$$

الجذور التكعيبة للواحد الصحيح

$$\left\{ 1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right\}$$

$$\{ 1, \omega, \omega^2 \}$$

* $\omega^3 = 1$ وحل ω مرفوعة لأس

من مضاعفات العدد 3 الناتج يساوي واحد

ملاحظة: لتبسيط ω مرفوعة إلى أس

أكبر من 3 نقسم على 3 ونأخذ فقط الباقي

طريقة بسيطة وسريعة لتبسيط الأس



ليس من مضاعفات العدد 3 والباقي 10 ناتج الجمع الإضافي

من مضاعفات العدد 3 يساوي واحد

فبراير 2025
 2. أثبت أن: $(3+4\omega+3\omega^2)^3 = 1$

$$\begin{aligned} L-H-S &= (4\omega+3+3\omega^2)^3 \\ &= [4\omega+3(1+\omega^2)]^3 \\ &= [4\omega+3(-\omega)]^3 \\ &= (4\omega-3\omega)^3 = \omega^3 = 1 \\ &= R-H-S \end{aligned}$$

3. أثبت أن: $-4(2+\omega+2\omega^2)^3 = 4$

$$\begin{aligned} L-H-S &= -4(\omega+2+2\omega^2)^3 \\ &= -4[\omega+2(1+\omega^2)]^3 \\ &= -4[\omega+2(-\omega)]^3 \\ &= -4(\omega-2\omega)^3 = -4(\omega)^3 = -4(1) = -4 \\ &= R-H-S \end{aligned}$$

تدريب:

$$2\omega+2\omega^2=2(\omega+\omega^2)=2(-1)=-2$$

$$-5\omega^2+5\omega=5(\omega^2+\omega)=5(-1)=-5$$

$$3+3\omega=3(1+\omega)=3(\omega^2)+3\omega^2$$

$$4\omega^2+4=4(\omega^2+1)=4(\omega)=4\omega$$

$$7\omega+7\omega^2=7(\omega+\omega^2)=7(-1)=-7$$

$$(5+3\omega+3\omega^2)^2 = 4$$

$$L-H-S = (5+3\omega+3\omega^2)^2$$

$$= [5+3(\omega+\omega^2)]^2$$

$$= [5+3(-1)]^2$$

$$= [5+3(-1)]^2$$

$$= (5-3)^2 = (2)^2 = 4 = R-H-S$$

$$1+\omega+\omega^2=0$$

$$1+\omega = -\omega^2$$

$$1+\omega^2 = -\omega$$

$$\omega+\omega^2 = -1$$

$$-1-\omega = +\omega^2$$

$$-1-\omega^2 = +\omega$$

$$-\omega-\omega^2 = +1$$

$$\omega-\omega^2 = \pm\sqrt{3}i$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}i = +\sqrt{3}i$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}i = -\sqrt{3}i$$

$$\omega^2 - \omega$$

$$\omega^2 - \omega$$

$$\omega^2 - \omega$$

$$\omega^2 - \omega$$

الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

$$\left\{1, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$$

$$\{1, \omega, \omega^2\}$$

1. $\omega^3=1$ وكل ω مرفوعة لثلاث

من مضاعفات العدد 3 الناتج يساوي واحد

ملاحظة: لتبسيط ω مرفوعة الى الأس

أكبر من 3 نقسم على 3 ونأخذ فقط

الباقى

طريقة بسيطة وسريعة لتبسيط



ليس من مضاعفات لعدد 3 والباقي 10 ناتج الجزء الأكبر

من مضاعفات العدد 3 يساوي واحد