

مبرهنة دي موافر $(1+i)^n (1+i)^{-n}$

نتيجة مبرهنة دي موافر $(1+i)^{\frac{1}{2}} (1+i)^{-\frac{1}{2}}$

$$\sqrt[2]{1+i} \leq \sqrt[2]{(1+i)^1}$$

$$\sqrt[3]{1+i} \leq \sqrt[3]{(1+i)^1}$$

$$\sqrt[4]{16} \leq \sqrt[4]{(16)^1}$$

$$\sqrt[2]{Z} = \sqrt[2]{(1+\sqrt{3}i)} \leq Z^2 - (1+\sqrt{3}i) = 0$$

$$Z = (1+\sqrt{3}i)^{\frac{1}{2}}$$

موضوع: نتيجة مبرهنة دي موافر

ل/ حتى استخدم قانون نتيجة مبرهنة دي موافر

① إذا كان الأس $\frac{1}{n}$ كسر

② إذا طلب في السؤال إيجاد الجذور

التربيعية، التكعيبية، الأربعة ...

③ حل المعادلة باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر

$$Z = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\theta + 2\pi k}{n} \right]$$

$k = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$

① n

② r

③ θ

نحتاج إلى

مبرهنة دي موافر $(1+i)^{\frac{1}{n}} (1+i)^{-\frac{1}{n}}$

نتيجة مبرهنة دي موافر $(1+i)^{\frac{1}{2}} (1+i)^{-\frac{1}{2}}$

الجذور التربيعية $(1+i)^{\frac{1}{2}}$ $k=0,1$ $(n=2)$

الجذور التكعيبية $(\sqrt{3}+i)^{\frac{1}{3}}$ $k=0,1,2$ $(n=3)$

الجذور الاربعة $(-16)^{\frac{1}{4}}$ $k=0,1,2,3$ $(n=4)$

$$Z = r^{\frac{1}{n}} \left(\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\theta + 2\pi k}{n} \right)$$

$\frac{\theta + 2\pi k}{n}$ $k=0,1,2,\dots,(n-1)$

موضوع: نتيجة مبرهنة دي موافر

س/ حتى نستخدم قانون نتيجة مبرهنة دي موافر؟

- ① اذا كان الأس $\frac{1}{n}$ كسر
- ② اذا طلب في السؤال إيجاد الجذور التربيعية، التكعيبية، الاربعة ...
- ③ حل المعادلة باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر

$$Z = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\theta + 2\pi k}{n} \right]$$

$k=0,1,2,\dots,(n-1)$

نحتاج الى

- ① n
- ② r
- ③ θ

$$Z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{2} + i \sin \frac{\frac{\pi}{3} + 2\pi k}{2} \right)$$

$$k=0,1$$

$$k=0$$

$$Z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$$

$$Z_1 = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

$$k=1 \quad Z_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

$$Z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)$$

$$Z_2 = \sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$$

$$Z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

نجد الجذور التربيعية للعدد

$$Z = 1 + \sqrt{3}i \quad \text{المركب } Z = 1 + \sqrt{3}i \text{ باستخدام}$$

نتيجة مبرهنة دي موافر.

$$Z^2 = 1 + \sqrt{3}i \quad (1, \sqrt{3})$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{2} \quad \theta = \frac{\pi}{3} \quad \text{أول}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \arg(z) = \left(\frac{\pi}{3} \right)$$

$$Z^2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

بالجذور التربيعية للمركب

$$Z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\frac{2\pi}{3} + 2\pi k}{2} + i \sin \frac{\frac{2\pi}{3} + 2\pi k}{2} \right)$$

$$k=0,1$$

$$k=0$$

$$Z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$Z_1 = \sqrt{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

$$Z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$$

$$k=1$$

$$Z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)$$

$$Z_2 = \sqrt{2} \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

$$Z_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$$

نجد الجذور التربيعية للعدد

$$Z = -1 + \sqrt{3}i \quad \text{المركب } Z = -1 + \sqrt{3}i \text{ باستخدام}$$

نتيجة مبرهنة دي موافر.

$$Z^2 = -1 + \sqrt{3}i \quad (-1, \sqrt{3})$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = -\frac{1}{2} \quad \theta = \frac{2\pi}{3} \quad \text{الربع الثاني}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \arg(z) = \frac{2\pi}{3}$$

$$Z^2 = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$$

بالجذور التربيعية للمركب

$$Z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Z^2 = \left(\cos 4\frac{\pi}{3} + i \sin 4\frac{\pi}{3} \right)$$

الجذر
التركيبي

$$Z = \left(\cos 4\frac{\pi}{3} + i \sin 4\frac{\pi}{3} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Z = \cos \frac{4\pi + 2\pi k}{2} + i \sin \frac{4\pi + 2\pi k}{2}$$

$$k = 0, 1$$

$$k=0 \Rightarrow Z_1 = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$Z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$k=1 \Rightarrow Z_2 = \cos \frac{8\pi}{3} + i \sin \frac{8\pi}{3}$$

$$Z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

فازاري 2021 دور 2

حل المسألة باستخدام طريقة مبرهنة دي موافر

$$\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot 1 = \sqrt{3} i \quad Z^2 = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}}$$

$$Z^2 = \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{1 - \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}}$$

$$Z^2 = \frac{1 - \sqrt{3}i - \sqrt{3}i - 3}{4} = \frac{-2}{4} - \frac{\sqrt{3}i}{2}$$

$$Z^2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = -\frac{1}{2} \quad \sin \theta = \frac{y}{r} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \left. \begin{array}{l} \cos \theta = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \theta = \frac{4\pi}{3}$$

الربع الثالث

$$\arg(z) = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$