

موضوع: تكون المعادلة التربيعية

خطوات الحل

① يجب أن يكون الجذران بالصفة العادية للعدد المركب $(a+bi)$

② نجد مجموع الجذران $(m+l)$

③ نجد حاصل ضرب الجذران $(m \cdot L)$

④ نطبق القانون:

$$x^2 - (m+l)x + (m \cdot L) = 0$$

ملاحظة: إذا ذكر في السؤال عبارة المعاملات حقيقية تحمل على أن الجذران مترافقان

ب/ تكون المعادلة التربيعية

التي جذراها $(i), (-4i)$

$$m = i \quad L = -4i$$

$$m+l = i-4i = (-3i)$$

$$m \cdot L = (i)(-4i) = -4i^2 = 4$$

$$Z^2 - (m+l)Z + (m \cdot L) = 0$$

$$Z^2 + 3iZ + 4 = 0$$

زاري 2026

ب/ حل المعادلة في $C: Z^2 + 3iZ + 4 = 0$

$$Z^2 + 3iZ + 4 = 0 \quad a=1 \quad b=3i \quad c=4$$

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Z = \frac{-3i \pm \sqrt{-9-16}}{2}$$

$$Z = \frac{-3i \pm \sqrt{-25}}{2} \quad \sqrt{-25} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{-1} = 5i$$

$$Z = \frac{-3i \pm 5i}{2} \Rightarrow S = \left\{ \frac{-3i+5i}{2}, \frac{-3i-5i}{2} \right\} = \{i, -4i\}$$

وزارة التعليم 2020 الدور الثاني

٣. تكون المعادلة التربيعية التي جذورها $(2+2i), (2-2i)$.

$$m=2+2i, L=-2-2i$$

$$m+L=(2+2i)+(-2-2i)=0$$

$$m \cdot L=(2+2i)(-2-2i)$$

$$=-4-4i-4i-4=-8i$$

$$X^2 - (m+L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - (0)X + (-8i) = 0$$

$$X^2 - 8i = 0$$

٢. تكون المعادلة التربيعية التي جذورها $(1+2i), (1-i)$.

١. تكون المعادلة التربيعية التي جذورها $(1+i), (2-i)$.

$$m=2-i, L=1+i$$

$$m+L=(2-i)+(1+i)=3$$

$$m \cdot L=(2-i)(1+i)$$

$$=2+2i-i-1=1+i$$

$$X^2 - (m+L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - 3X + (1+i) = 0$$

وزارة في 2018 الدور الثالث

6. تكون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $(\sqrt{3} - i)^2$

$$(\sqrt{3} - i)^2 = 3 - 2\sqrt{3}i - 1 = 2 - 2\sqrt{3}i$$

$$m = 2 - 2\sqrt{3}i \quad L = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$m + L = (2 - 2\sqrt{3}i) + (2 + 2\sqrt{3}i) = 4$$

$$m \cdot L = (2 - 2\sqrt{3}i)(2 + 2\sqrt{3}i) = 16$$

$$X^2 - (m + L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - 4X + 16 = 0$$

5. تكون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $(3 - 4i)$.

$$m = 3 - 4i$$

$$L = 3 + 4i$$

$$m + L = (3 - 4i) + (3 + 4i) = 6$$

$$m \cdot L = (3 - 4i)(3 + 4i) = 9 + 16 = 25$$

$$X^2 - (m + L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - 6X + 25 = 0$$

4. تكون المعادلة التربيعية التي جذراها $m = \frac{3-i}{1+i}$, $L = (3-2i)^2$

$$m = \frac{3-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{3-3i-i-1}{2} = \frac{2-4i}{2} = 1-2i$$

$$L = (3-2i)^2 = 9 - 12i - 4 = 5-12i$$

$$m + L = (1-2i) + (5-12i) = 6-14i$$

$$m \cdot L = (1-2i)(5-12i) = 5 - 12i - 10i - 24 = -19-22i$$

$$X^2 - (m + L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - (6-14i)X + (-19-22i) = 0$$

وزارة في 2023 دور الثالث تأهيلي

من إذا كان $m = (1-i)^6$, $L = 8i^{12n+3}$

n عدد طبيعي أثبت أن m, L مترافقان ثم

حكون المعادلة التربيعية التي جذراها m, L

$$m = (1-i)^6 = [(1-i)^2]^3 = (-2i)^3 = -8i^3$$

$$m = 8i$$

$$L = 8(i^{12n+3})^3 \Rightarrow L = -8i$$

m, L مترافقان

$$m+L = 8i-8i = 0$$

$$m \cdot L = (8i)(-8i) = -64i^2 = 64$$

$$X^2 - (m+L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - 0X + 64 = 0 \Rightarrow X^2 + 64 = 0$$

8 حكون المعادلة التربيعية ذات

المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $\frac{3+4i}{1-2i}$ وزارة في 2022

$$\frac{3+4i}{1-2i} \cdot \frac{1+2i}{1+2i} = \frac{3+6i+4i-8}{5} = \frac{-5+10i}{5} = -1+2i$$

$$m = -1+2i, L = -1-2i$$

$$m+L = (-1+2i)+(-1-2i) = -2$$

$$m \cdot L = (-1+2i)(-1-2i) = 5$$

$$X^2 - (m+L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 + 2X + 5 = 0$$

7 حكون المعادلة التربيعية ذات

المعاملات الحقيقية وأحد جذريها $\frac{\sqrt{2}+3i}{4}$

$$m = \frac{\sqrt{2}+3i}{4}, L = \frac{\sqrt{2}-3i}{4}$$

$$m+L = \frac{\sqrt{2}+3i}{4} + \frac{\sqrt{2}-3i}{4} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$m \cdot L = \frac{(\sqrt{2}+3i)(\sqrt{2}-3i)}{16} = \frac{2+9}{16} = \frac{11}{16}$$

$$X^2 - (m+L)X + (m \cdot L) = 0$$

$$X^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}X + \frac{11}{16} = 0$$

لأنه إذا كان كل من Z_1, Z_2 عدداً مركباً مترافقاً وكان
 $Z_1 + Z_2 = 4$, $Z_1 \cdot Z_2 = 29$ نجد Z_1, Z_2 ثم يكون المعادلة التربيعية التي جذراها Z_1, Z_2 .

$$Z_2 = x - yi$$

$$Z_1 = x + yi$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = 29$$

$$(x + yi)(x - yi) = 29$$

$$x^2 + y^2 = 29$$

$$4 + y^2 = 29 \Rightarrow y^2 = 25$$

$$y = \pm 5$$

$$Z_1 = 2 + 5i$$

$$Z_2 = 2 - 5i$$

$$x^2 - (Z_1 + Z_2)x + (Z_1 \cdot Z_2) = 0$$

$$x^2 - 4x + 29 = 0$$

$$Z_1 + Z_2 = 4$$

$$(x + yi) + (x - yi) = 4$$

$$2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 2$$

10 من عددان مركبان مترافقان مجموعهما يساوي (6)
 وحاصل ضربهما يساوي (13) فما العددان ؟

نفرض العدد الأول $x + yi$ العدد الثاني $x - yi$

$$(x + yi)(x - yi) = 13$$

$$x^2 + y^2 = 13$$

$$9 + y^2 = 13$$

$$y^2 = 13 - 9 \Rightarrow y^2 = 4$$

$$y = \pm 2$$

$$\text{الأول} = 3 + 2i$$

$$\text{الثاني} = 3 - 2i$$

$$(x + yi) + (x - yi) = 6$$

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$x = 3$$