

وزارة 2023 الدور الثالث

من أثبت أن:

$$\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} + \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = 1$$

$$L-H-S =$$

$$\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} \cdot \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i} + \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} \cdot \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3}i + \sqrt{3}i - 1}{4} + \frac{3 - \sqrt{3}i - \sqrt{3}i - 1}{4}$$

$$= \frac{2 + 2\sqrt{3}i}{4} + \frac{2 - 2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1 = R-H-S$$

وزارة 2017 الدور الأول

من أثبت أن:

$$\frac{1}{(1+2i)^2} + \frac{1}{(1-2i)^2} = \frac{-6}{25}$$

$$L-H-S = \frac{1}{1+4i-4} + \frac{1}{1-4i-4}$$

$$= \frac{1}{(-3+4i)} + \frac{1}{(-3-4i)}$$

$$= \frac{(-3-4i)}{25} + \frac{(-3+4i)}{25}$$

$$= \frac{(-3-4i) + (-3+4i)}{25}$$

$$= \frac{-6}{25} = R-H-S$$

وزارة 2021 الدور الثاني

من أثبت أن:

$$\frac{1}{(2-i)^2} - \frac{1}{(2+i)^2} = \frac{8i}{25}$$

$$L-H-S = \frac{1}{4-4i-1} - \frac{1}{4+4i-1}$$

$$= \frac{1}{3-4i} - \frac{1}{3+4i}$$

$$= \frac{(3+4i)}{25} - \frac{(3-4i)}{25}$$

$$= \frac{(3+4i) - (3-4i)}{25}$$

$$= \frac{8i}{25} = R-H-S$$

وزارة 2012 الدور الثالث

من أثبت أن:

$$\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i} = -2$$

$$L-H-S = \frac{-2i(1-i)}{1+i} + \frac{2i(1+i)}{1-i}$$

$$= \frac{-2i-2}{2} + \frac{2i-2}{2}$$

$$= \frac{-2i-2+2i-2}{2}$$

$$= \frac{-4}{2}$$

$$= -2$$

$$= R-H-S$$

وزارة 2010
من أثبت أن: (7) $2(a^3+b^3)$

$a+bi = \frac{2+i}{1-i}$ (أما كان)

$$a+bi = \frac{2+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$$

$$a+bi = \frac{2+2i+i-1}{1-i^2}$$

$$a+bi = \frac{2}{2} + \frac{3}{2}i \quad \left(\begin{matrix} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{matrix} \right)$$

$$L-h-S = 2(a^3+b^3) = 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^3\right]$$

$$= 2\left(\frac{1}{8} + \frac{27}{8}\right) = 2\left(\frac{28}{8}\right) = 7 = R-h-S$$

وزارة 2022 دور 2
من رفع بالهيئة العادية

$$\frac{(1+i)^2}{(1+2i)^2} + \frac{(1-i)^2}{(1-2i)^2}$$

$$= \frac{2i}{1+4i-4} \oplus \frac{-2i}{1-4i-4}$$

$$= \frac{2i}{-3+4i} - \frac{2i}{-3-4i}$$

$$= \frac{-6i+8}{25} - \frac{(-6i-8)}{25}$$

$$= \frac{-6i+8+6i+8}{25}$$

$$= \frac{16}{25} + 0i$$

وزارة 2020 دور 1
من رفع بالهيئة العادية

$$\frac{j}{(\sqrt{2}+i)^2} + \frac{j}{(\sqrt{2}-i)^2}$$

$$= \frac{j}{2+2\sqrt{2}i-1} + \frac{j}{2-2\sqrt{2}i-1}$$

$$= \frac{j}{1+2\sqrt{2}i} + \frac{j}{1-2\sqrt{2}i}$$

$$= \frac{j+2\sqrt{2}}{9} + \frac{j-2\sqrt{2}}{9}$$

$$= \frac{2j}{9}$$

$$= 0 + \frac{2}{9}i$$

وزارة 2024 دور الثالث ٣
من أثبت أن:

$$\frac{1}{(1+\sqrt{3}i)^2} + \frac{1}{(1-\sqrt{3}i)^2} = \frac{1}{4}$$

$$L-h-S = \frac{1}{1+2\sqrt{3}i-3} + \frac{1}{1-2\sqrt{3}i-3}$$

$$= \frac{1}{-2+2\sqrt{3}i} + \frac{1}{-2-2\sqrt{3}i}$$

$$= \frac{(-2-2\sqrt{3}i)}{16} + \frac{(-2+2\sqrt{3}i)}{16}$$

$$= \frac{-4}{16}$$

$$= -\frac{1}{4} = R-h-S$$

وزارة 2023 الأول الدراسة التكميلية
من أثبت أن:

$$\frac{(1-i)(1-i^2)(1-i^3)}{(1+i)^3 + (1-i)^3} = -1$$

$$k-h-s = \frac{(1-i)(1+i)(1+i)}{(1+i)^2(1+i) + (1-i)^2(1-i)}$$

$$= \frac{2(1-i)(1+i)}{2i(1+i) - 2i(1-i)}$$

$$= \frac{2(2)}{2i + 2i^2 - 2i + 2i^2}$$

$$= \frac{4}{-2-2} = \frac{4}{-4}$$

$$= -1 = R-h-s$$

وزارة 2021 الثاني
من أثبت أن:

$$(2-i)(1-i^2)(2-i^3) = 10$$

$$k-h-s = (2-i)(1-i^2)(2-i^3)$$

$$= (2-i)(1+i)(2+i)$$

$$= 2(2-i)(2+i)$$

$$= 2(4+1)$$

$$= 2(5)$$

$$= 10$$

$$= R-h-s$$

وزارة 2021 الأول
من أثبت أن:

$$\sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)} = 2i$$

$$k-h-s = \sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)}$$

$$= \sqrt{(1-i)(-1-1)(1+i)}$$

$$= \sqrt{-2(1-i)(1+i)}$$

$$= \sqrt{-2(2)}$$

$$= \sqrt{-4}$$

$$= \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1}$$

$$= 2i = R-h-s$$

وزارة 2013 الأول
من أثبت أن:

$$(1-i)(1-i^2)(1-i^3) = 4$$

$$k-h-s = (1-i)(1-i^2)(1-i^3)$$

$$= (1-i)(1+i)(1+i)$$

$$= 2(1-i)(1+i)$$

$$= 2(2)$$

$$= 4$$

$$= R-h-s$$

وزارة 2021 العبر الثاني

1- $\frac{(1+i)^7}{8}$ بالصفة العادية.

$$= \frac{(1+i)^6 (1+i)}{8}$$

$$= \frac{8 \left[(1+i)^2 \right]^3 (1+i)}{8}$$

$$= \frac{(2i)^3 (1+i)}{8}$$

$$= \frac{8i^3 (1+i)}{8} = -i(1+i)$$

$$= -i - i^2 = -i + 1 = 1 - i$$

$$(1+i)^{20} = \left[(1+i)^2 \right]^{10} \\ = (2i)^{10}$$

$$(1-i)^{21} = (1-i)^{20} (1-i)$$

